

# Esperimenti sui lubrificanti e sulla lubrificazione

due cose sono importanti: misura coefficiente d'attrito  
quartamento del regime di lubrificazione

## Misure di attrito

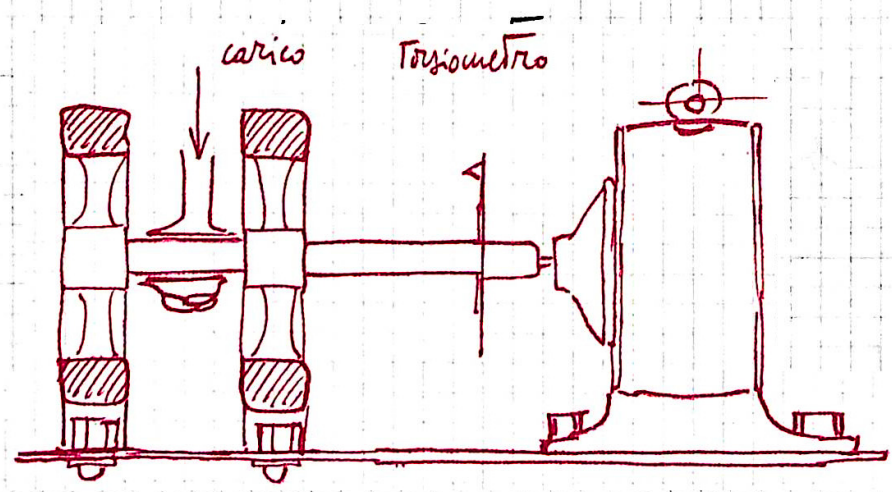
### Metodo diretto dinamometrico

si deve avere una macchina che consente  $\Delta V$ ;  $\Delta t$  si ottengono  
scaldando o raffreddando l'olio;  $\Delta N$  approssimativo per.

|| per la modifica del carico richiede l'intervento di altri supporti:  
due suoi sedi di attrito di cui bisogna tenere conto -

Il momento d'attrito si può leggere direttamente con un  
torzometro Amstel

Eso schematicamente



per il caso di  
regime viscoso

il carico è esercitato mediante una leva non disegolata

Equilibrio leva (oraria)

$$Nb + Tc = \varphi a \quad *$$

antioraria

$$Nb - Tc = \varphi a$$



lo sforzo  $\varphi$  per ottenere  
un dato carico  $N$  e'  
maggiore nel caso orario

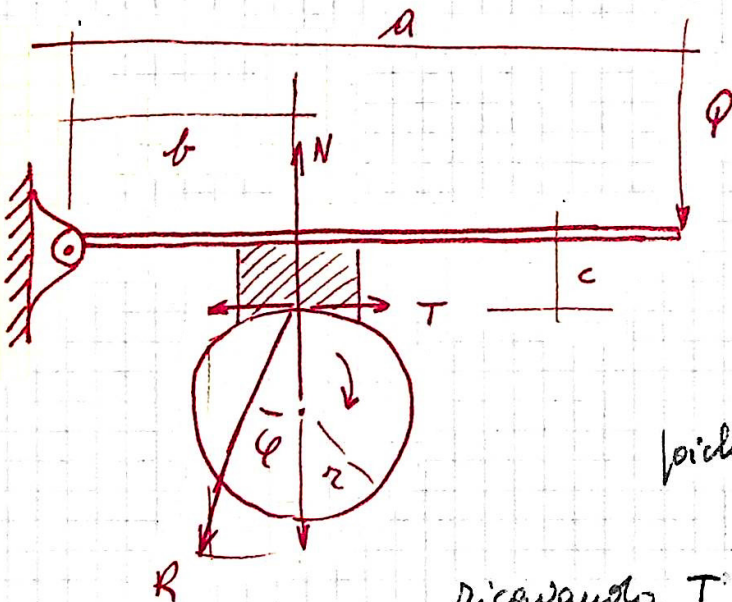
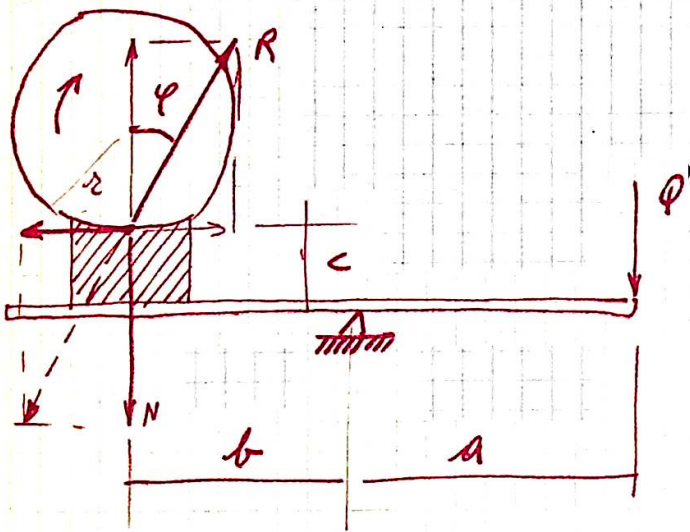
perché  $f_c = \frac{T}{\varphi} = \frac{T}{N}$   $\square$

ricavando  $T$  da  $*$  e sostituendo in  $\square$

si ha  $f_c = \frac{\varphi}{N} \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$

ricavando  $N$  da  $*$  e mettendo in  $\square$

si ha  $f_c = \frac{Tb}{\varphi a - Tc}$



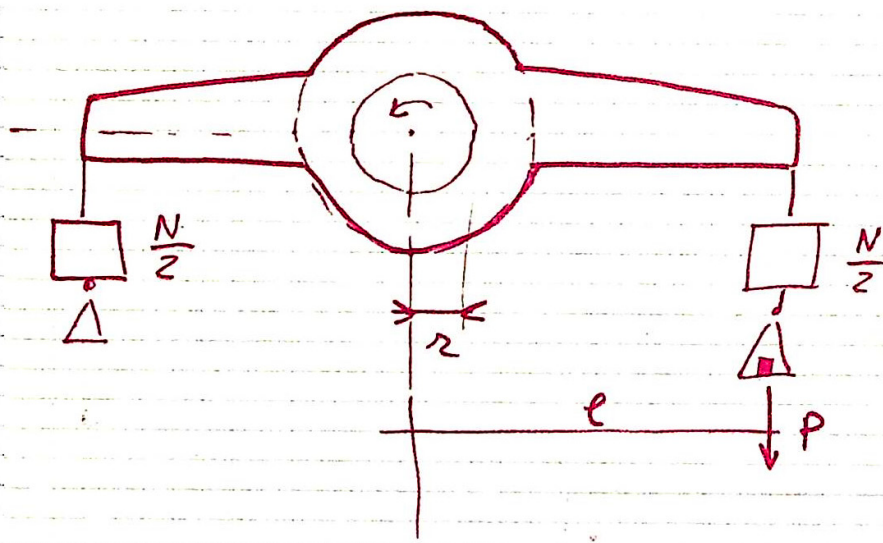
quindi basta misurare  $T$  o  $N$  che si ha  $f_c$

(34)

- $N$  si può misurare con metodo dimensionometrico
- $T$  si può misurare attraverso il momento torcente

$$T = \frac{M}{r} \quad (\text{bisogna però sottrarre la } T \text{ dei rapporti ausiliari})$$

vediamo i metodi per misurare  $T$



$\frac{N}{2}$  e  $\frac{N}{2}$  sono per ottenere il carico

$P$  è per equilibrare la rotazione dovuta all'angolo

imponendo l'equilibrio

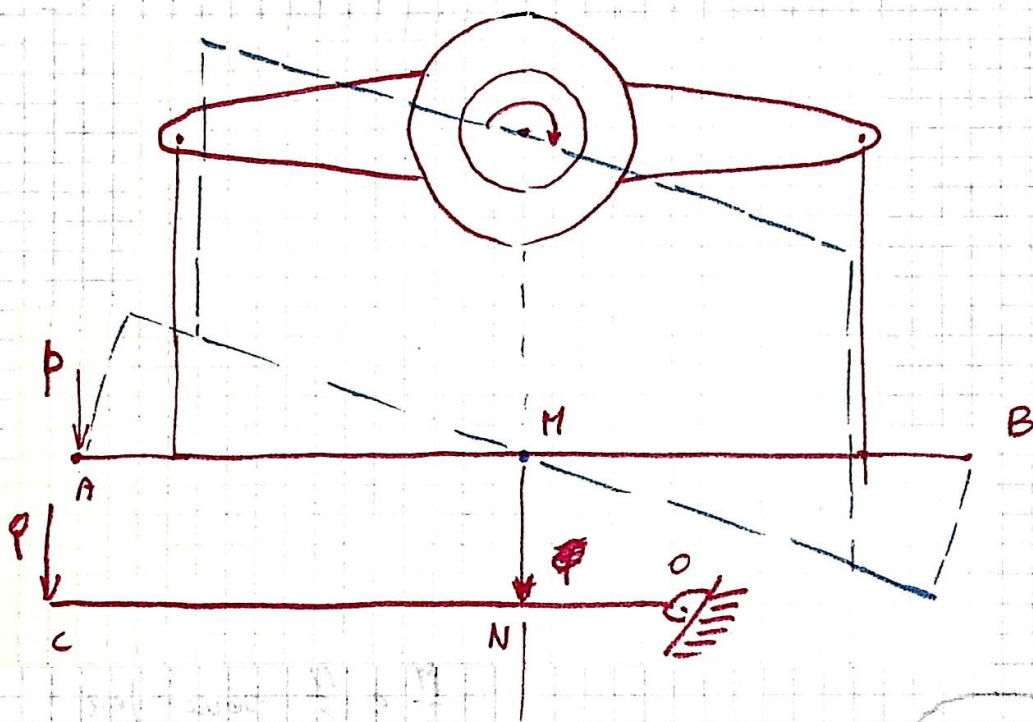
$$M_p = P \cdot l = (f_c N) \cdot r$$

da cui deduco

$$f_c = \frac{P \cdot l}{N \cdot r}$$

ma il sistema così come è è piuttosto instabile e difficile da manovrare, per rimediare si usa lo schema del parallelogramma

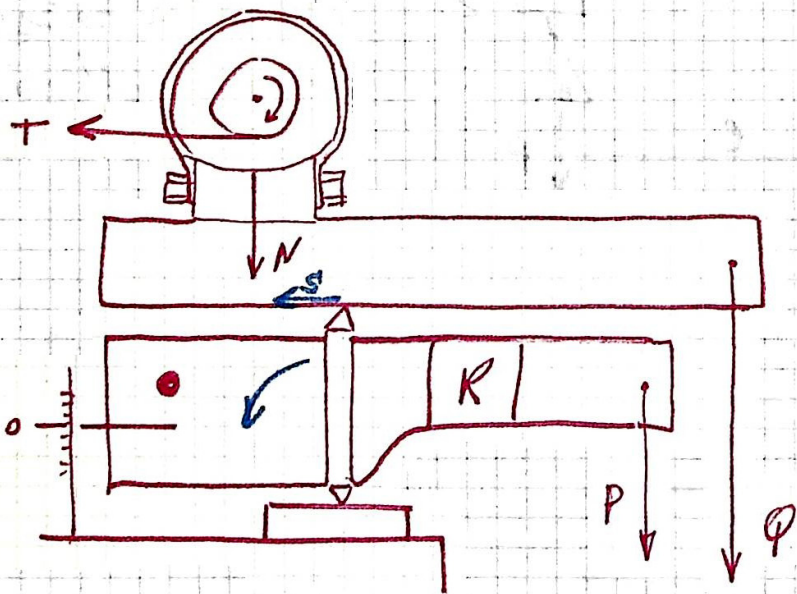
$$\textcircled{0} \quad P \cdot l = T \cdot r \quad \rightarrow \quad T = \frac{P \cdot l}{r}$$



AB leva di <sup>stanza</sup> ~~carico~~

OC leva di carico

metodo Timken

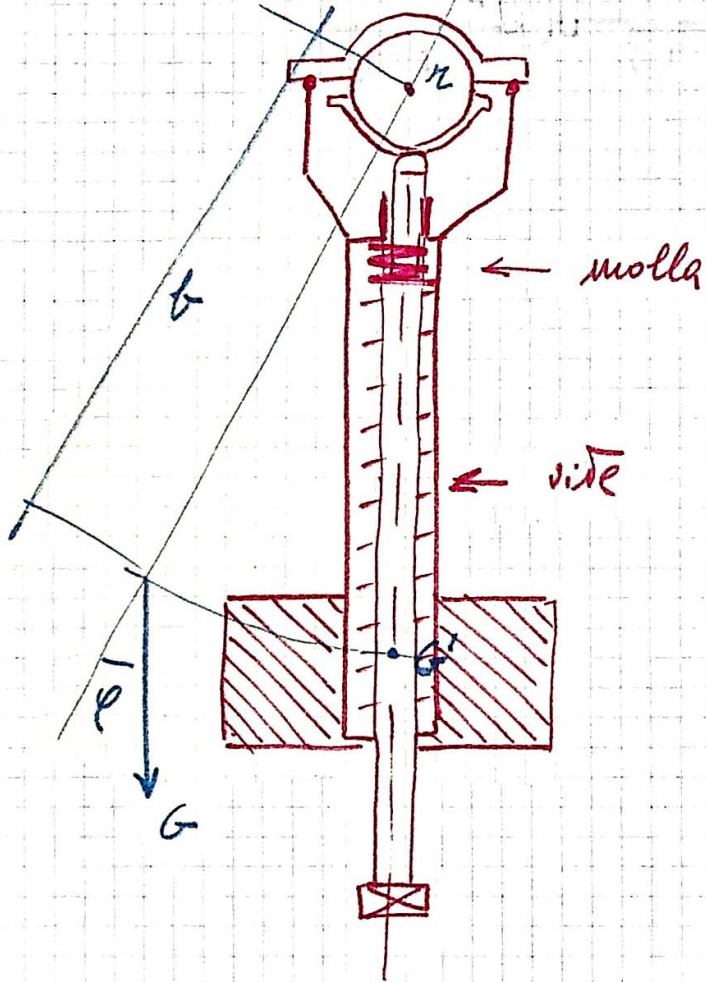


Come si vede c'è  
una forza S che tiene  
a far ruotare

Per equilibrio si  
mette P e una  
Romano R

# Metodo diretto pendolare

## Thurston



qui vale  $M_p = f_c N z$

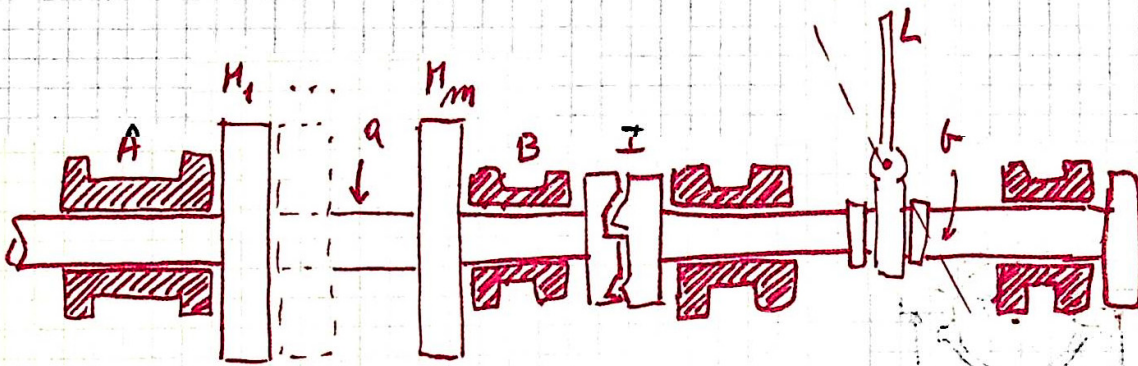
$$M_p = f_c N z = G b \sin \varphi$$

da cui

$$f_c = \frac{G b}{N z} \sin \varphi$$

si legge con metodo ottico  
o con metodo stroboscopico

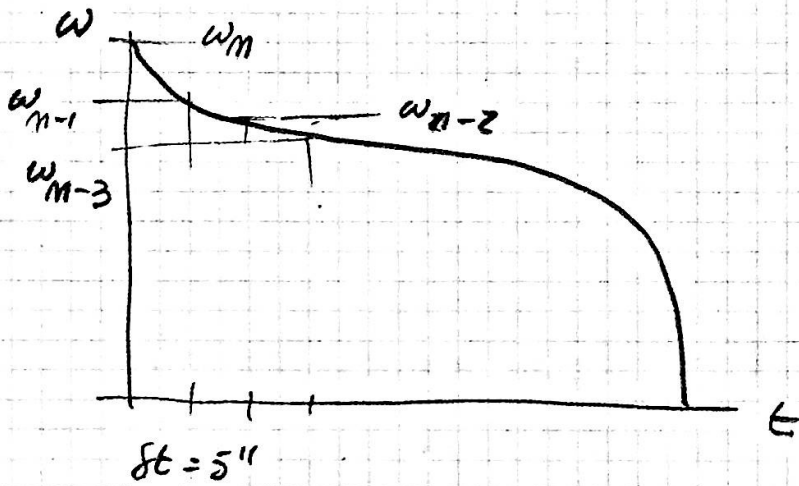
# Metodo indiretto o del rallentamento



dopo raggiunto il regime si diminuisce di colpo

con un contagiri e un cronometro per  $\Delta t = 5''$  si registra

$$\omega = \omega(t)$$



L'equazione di moto serio del sistema è

$$I \frac{d\omega}{dt} = M_p + M_v$$

$M_p$  = momento prodotto nei  
pesi

$M_v$  = " " per  
effetto viscoso

se  $M_v$  è piccolo si ha  $I \frac{d\omega}{dt} \approx M_p$

quando non si può trascurare si usa la formula di Stodola

$$\omega \cdot M_v = 75 \cdot 10^{-6} \beta D^2 V^3 \gamma$$

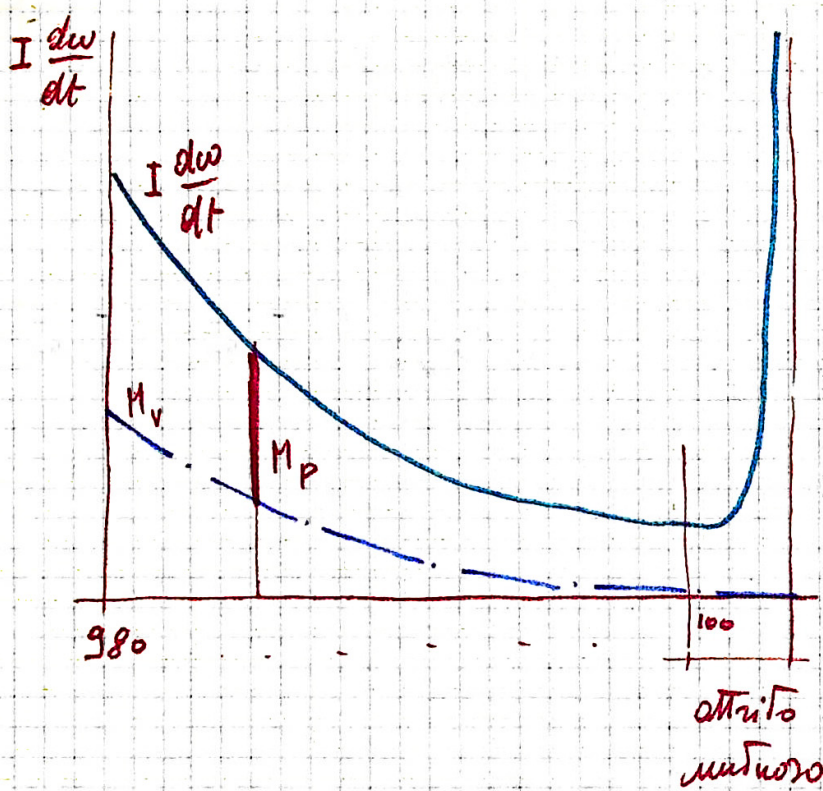
- D diam.
- V vel. periferica
- $\gamma$  peso spec
- modo  $M_v$  si può scegliere

$$M_p = I \frac{d\omega}{dt} - M_v$$

al posto di  $\frac{d\omega}{dt}$  si può sostituire  $\frac{\delta\omega}{\delta t}$   $\delta t = 5''$

$$\frac{\omega_n - \omega_{n-1}}{5''} ; \frac{\omega_{n-1} - \omega_{n-2}}{5''} \dots$$

graficando  $I \frac{d\omega}{dt}$  e  $M_v$  e sottraendo ottergo  $M_p$



metodo  $M_p$

$$M_p = f_c \cdot N \cdot \frac{d}{2}$$

$N$  corica  
 $d$  diametro

giri/l'

il metodo va anche per misura totale degli attriti di una macchina motrice e operatrice.

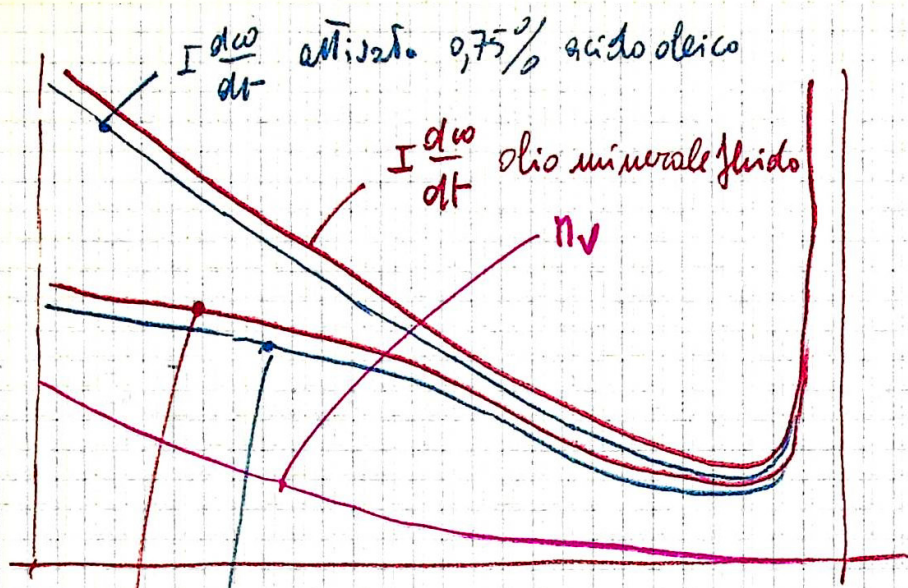
Qui poiché le  $\omega$  possono essere diverse si ha

$$I \omega^2 = \sum m_i v_i^2 + \sum i_i \omega_i^2$$

questo metodo ha grande sensibilità

Si viene a distinguere tra un olio e lo stesso addensato come si vede dal grafico

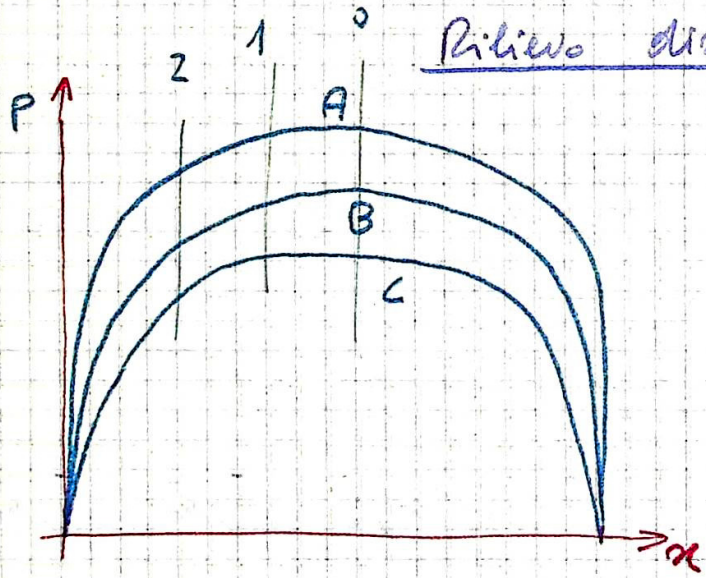




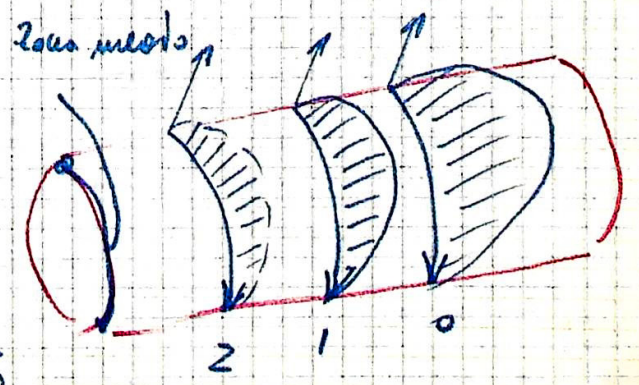
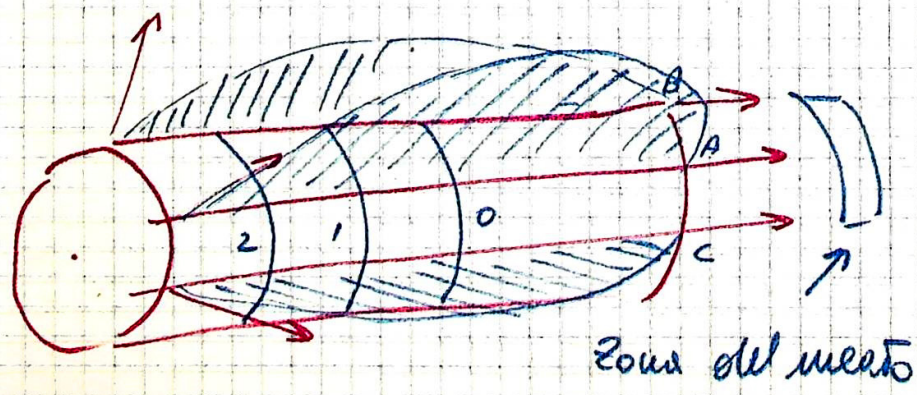
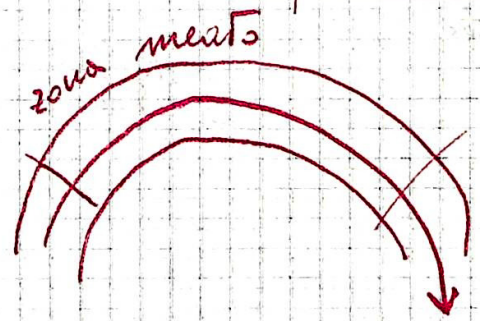
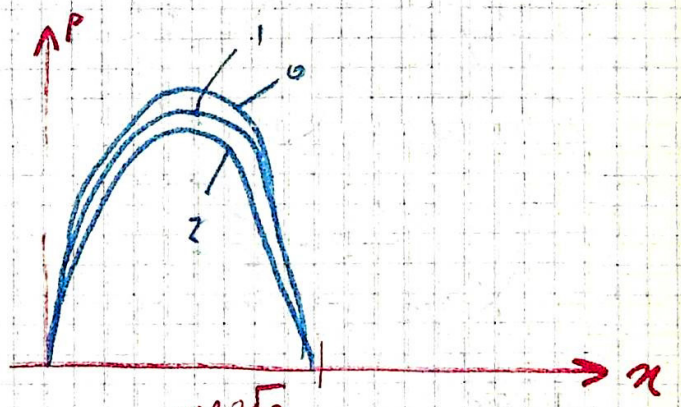
momento effettivo di attrito (con lo 0,75%)

momento effettivo olio minerale fluido

Rilievo distribuzione pressioni

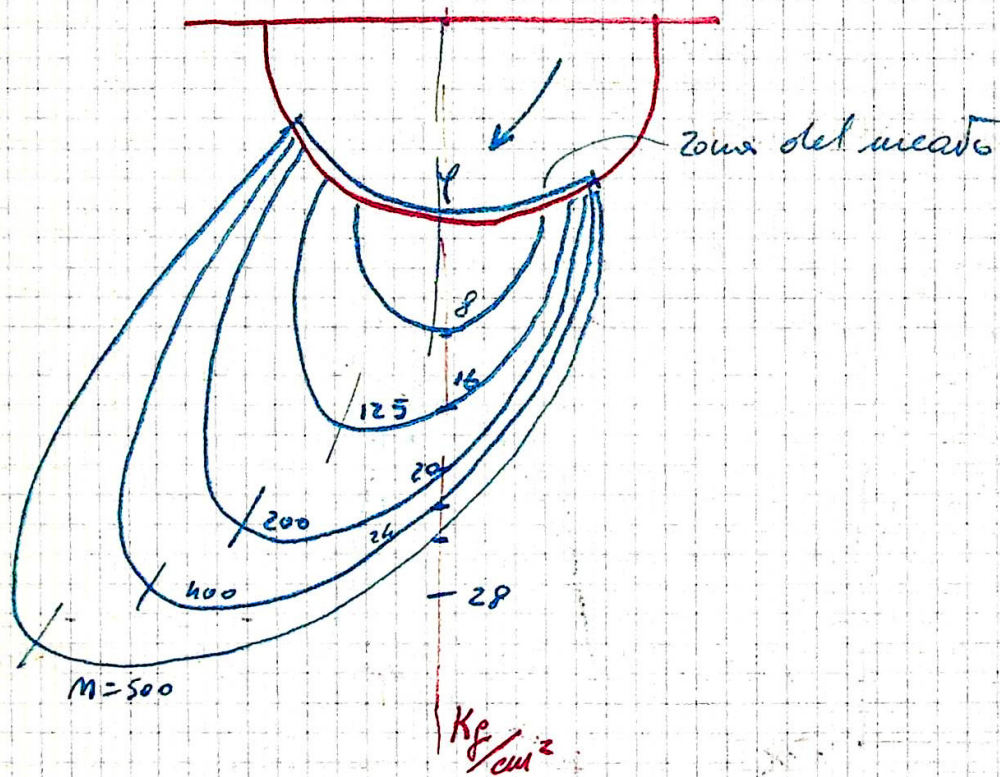


C ingresso meato  
A medio  
B uscita



## Esperienze dell' autore

in bronzo e ad quella  
 si fanno un centinaio di buchi  $\varnothing 10$  mm  
 e si collegano con tubi saldati con alluminio in modo  
 collegati manometrici. Dopo un po' di ore di  
 funzionamento le curve della pressione si sentono rap-  
 pora e sono con forte

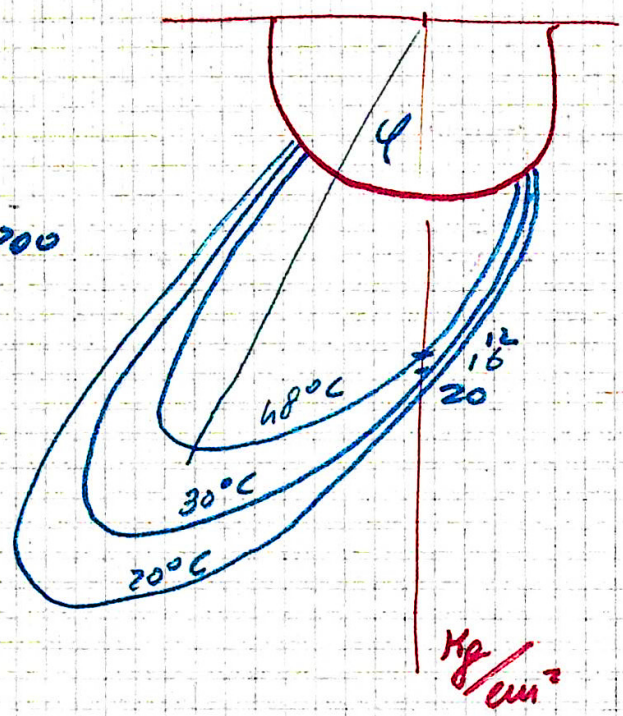


per  $m < 25$  giri

( $V < 0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ) il film  
 praticamente  $\neq$

Vediamo un altro profilo

$n = 200$



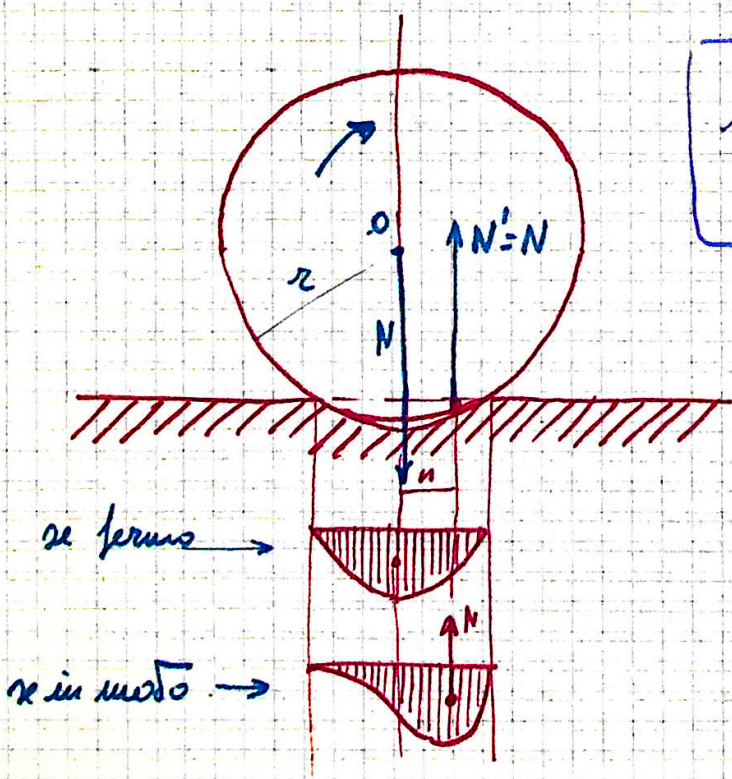
M mom. nec. per  
per fermare il penna

Atrito volvente e sue leggi

Rullo motore libero

definiamo  $\mu = \frac{M}{N}$

$$\mu = \frac{M}{N} = \text{coefficiente di attrito volvente}$$

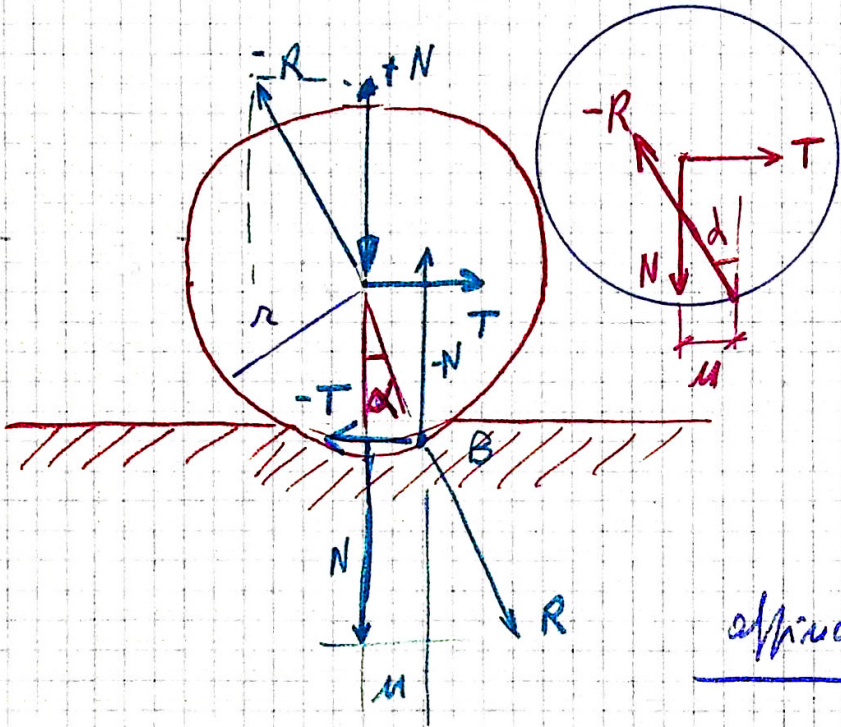


perché il moto  
deve essere

$$M > N\mu$$

Rullo trascinato

forze agenti sul rullo



con la equazione dei momenti attorno a B

$$T \approx N \frac{M}{r}$$

appiccic' e lo strisciamento

poiche' si ha  $\frac{T}{N} = \frac{M}{r} = \mu \tan \alpha$  deve essere  $\alpha < \varphi$

o anche  $\mu \tan \alpha < \mu \tan \varphi$   
 altrimenti il rullo striscia

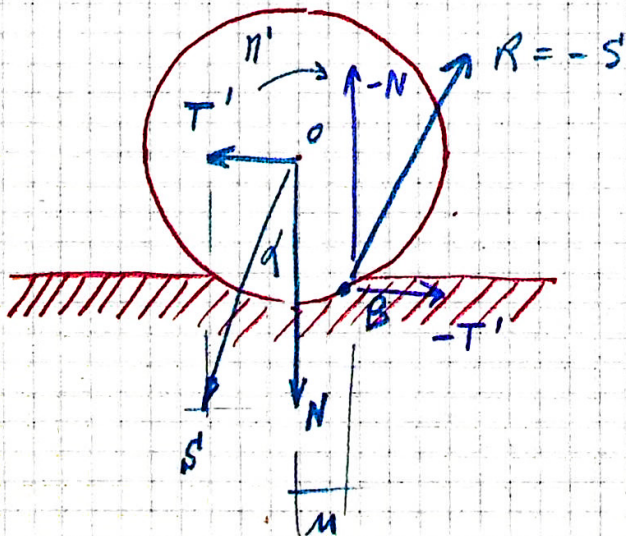
o anche

$$\frac{M}{r} < \mu$$

in generale questa condizione e' sempre verificata

d'unito radente tende ad oppor' allo strisciamento del rullo nel senso del moto

Rullo frenato



facendo lo equil.

$$M' - T'r - N\mu = 0$$

$$M' = T'r + N\mu$$

fra piano e rotto  $\exists$  un attrito radente che si oppone allo strisciamento nel senso opposto a quello del moto

lo strisciamento  $\exists$  per  $T_g \leq T_g'$  X

il rotolamento  $\exists$  per  $M' \geq T_g' + N \mu$  X

quindi si possono avere 4 casi combinando insieme le condizioni X X

Influenza imperfetta elasticità

La non perfetta elasticità impedisce la totale restituzione del lavoro speso in deformazione -

Poiché il ritorno elastico è un po' lento, fin' al rullo corre veloce fin' c'è dissipazione -

Coefficiente di attrito solvente fra superfici rugose

qui si ha una conferma della variabilità di  $\mu$  con  $V$

Per studiare il fenomeno usiamo il Teorema di Carnot

nel fenomeno d'urto un sistema subisce una perdita di energia uguale a una frazione  $\epsilon$  della variazione di forza viva subita dal sistema a causa della variazione della solvibilità



la variazione di forza viva del rullo è'

$$\frac{1}{2} \frac{N}{g} (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \frac{N}{g} V^2 d^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{N}{g} V^2 \frac{zh}{r} = \frac{N}{g} V^2 \frac{h}{2}$$

per Carnot la perdita di energia è'  $\epsilon \frac{N}{g} V^2 \frac{h}{2}$

{  $\epsilon$  defetto di elasticità  
 {  $1-\epsilon$  coeff. di elasticità nell'urto

La forza viva perduta è uguale al lavoro fatto da T nel tratto  $\Delta$

$$\epsilon \frac{N}{g} V^2 \frac{h}{2} = T_1 \cdot \Delta$$

da cui si ricava  $T_1 = \epsilon \frac{N}{g} V^2 \frac{h}{2} \frac{1}{\Delta}$

$$\frac{h}{\Delta} = \delta = \text{coefficiente di resistenza}$$

consideriamo (come nel caso liscio)

$$\frac{u_1}{2} = \frac{T_1}{N} = \varepsilon \frac{V^2}{g} \frac{h}{s} \frac{1}{2} = \varepsilon \frac{V^2}{g} \delta \frac{1}{2}$$

$$M_1 = \varepsilon \frac{V^2}{g} \delta$$

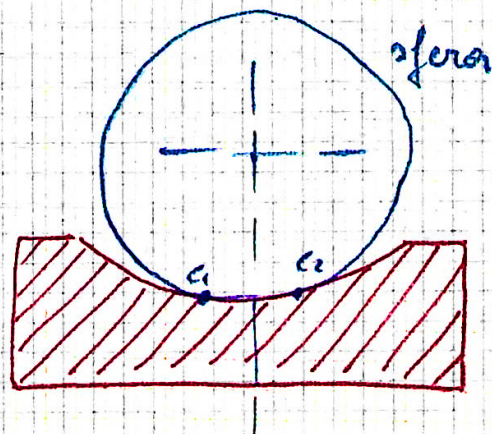
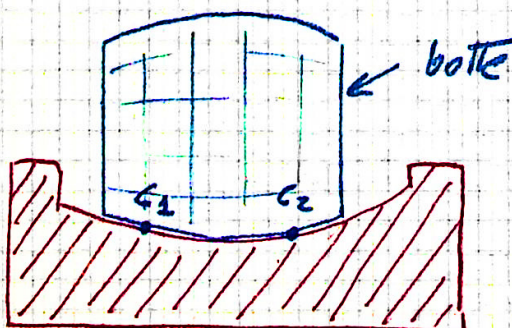
coeff. attrito solvente per sup. rugose

⇒ l'attrito dovuto alla rugosità è in ragione diretta del grado  $\delta$  di rugosità, del coeff. che tiene conto della imperfetta elasticità, e del quadrato della velocità.

### Rotolamento con strisciamento

Si ha se il contatto avviene lungo una linea non retta, o se retta, non incidente né // all'asse di rotazione

es. botte che scivola su superficie cilindrica  
sfera e corrispondente caso (l'area è  $\propto$  per l'elasticità)



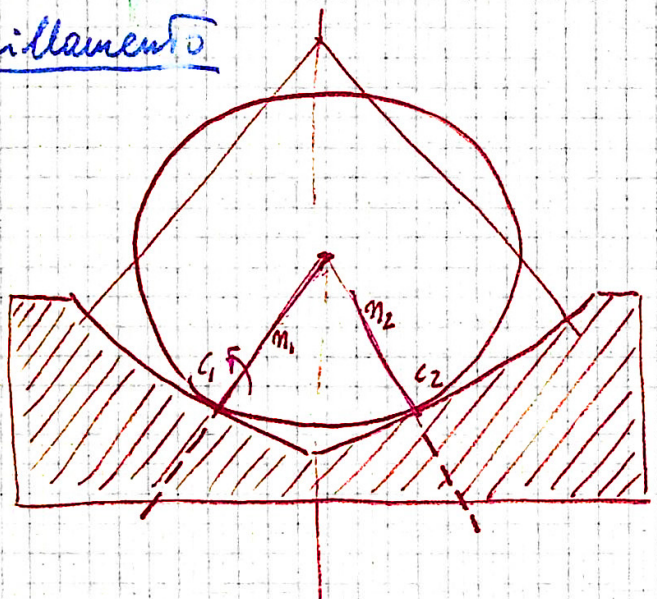


$C_1, C_2$  sono gli unici  $P_i$  dove la velocità relativa è nulla in tutti gli altri  $P_i$  si ha strisciamento.

Caso di contatto con retta sferica.

Si ha uno strisciamento lungo detta retta la quale costituisce l'asse elicoidale o centrale del moto relativo.

Prillemento



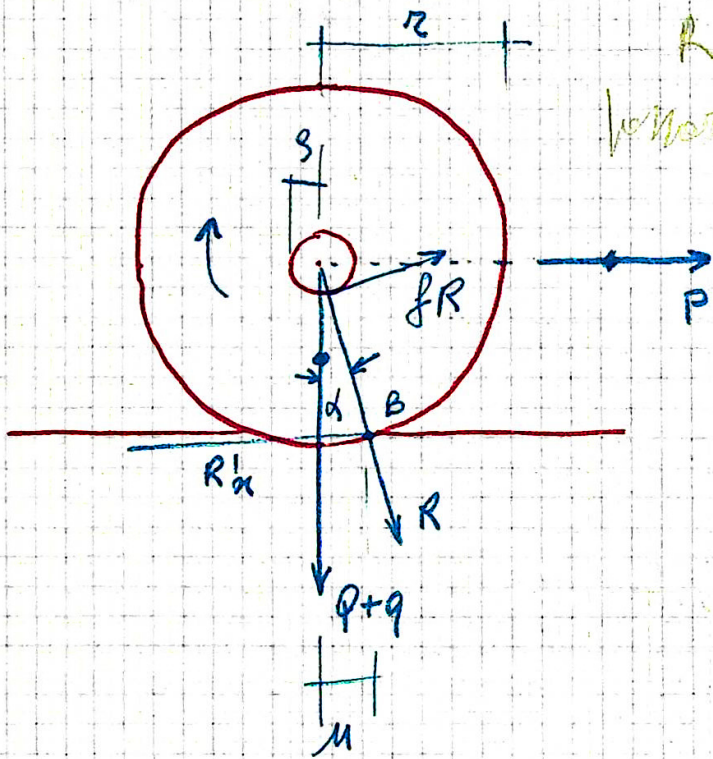
Si ha rotazione istantanea attorno a  $C_1 C_2$  che assume componenti anche secondo  $m_1$  e  $m_2$

Perche' i contatti non sono puntiformi si hanno striscia-

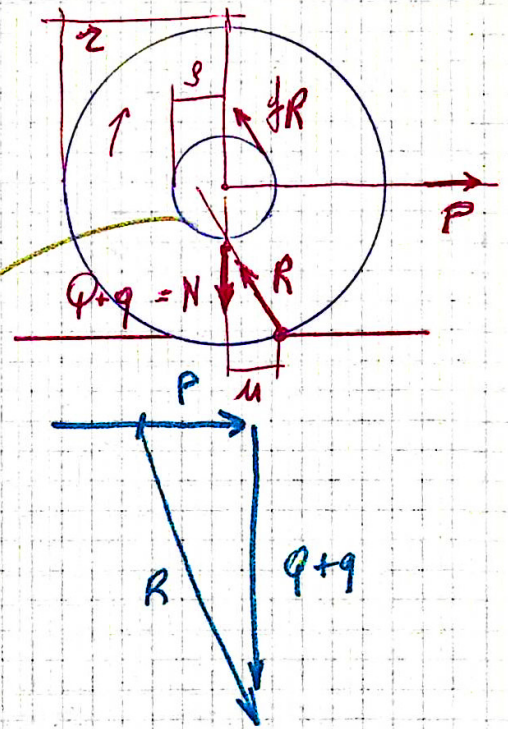
menti di due specie: uno come il precedente caso (dovuto alla differente distanza dallo axe di rotazione della sfera), l'altro dovuto alle usuali come in un fermo di spinta

# Problemi sullo attrito volvente

## Trasporto di un carico mediante cerchi



R deve  
battere per il  
centro



- Q carico
- q peso proprio
- P forza motrice

Se si trascura l'attrito del ferro deve essere  $P = R \alpha$

$$R \alpha = (Q+q) \operatorname{tg} \alpha = (Q+q) \frac{\mu}{2}$$

se si tiene conto dell'attrito si deve ricorrere ai lavori

Tenendo conto che in un giro

P	percorre	$2\pi r$
$R_x$	"	$2\pi r$
$fR$	"	$2\pi s$

$$P \cdot 2\pi r = (Q+q) \frac{\mu}{2} 2\pi r + f \cdot R \cdot 2\pi s$$

ma  $R = \sqrt{(Q+q)^2 + P^2}$  e  $P$  e' trascurabile

$$R \approx Q+q$$

sostituito in  $\odot$

$$P = (Q+q) \frac{u+fs}{r}$$

e  $q$  e' trascurabile

$$P = Q \frac{u+fs}{r}$$

Agendo su un piano inclinato con  $P \parallel$  al piano  
si ha: il carico diventa; (che fa un angolo  $\gamma$ )

$$(Q+q) \cos \gamma$$

la  $P$  rimane diminuita perche'  $\exists$  una componente  $T_p$   
e diventa

$$P - (Q+q) \sin \gamma$$

quindi  $P - (Q+q) \sin \gamma = (Q+q) \cos \gamma \frac{u+fs}{r}$

da cui

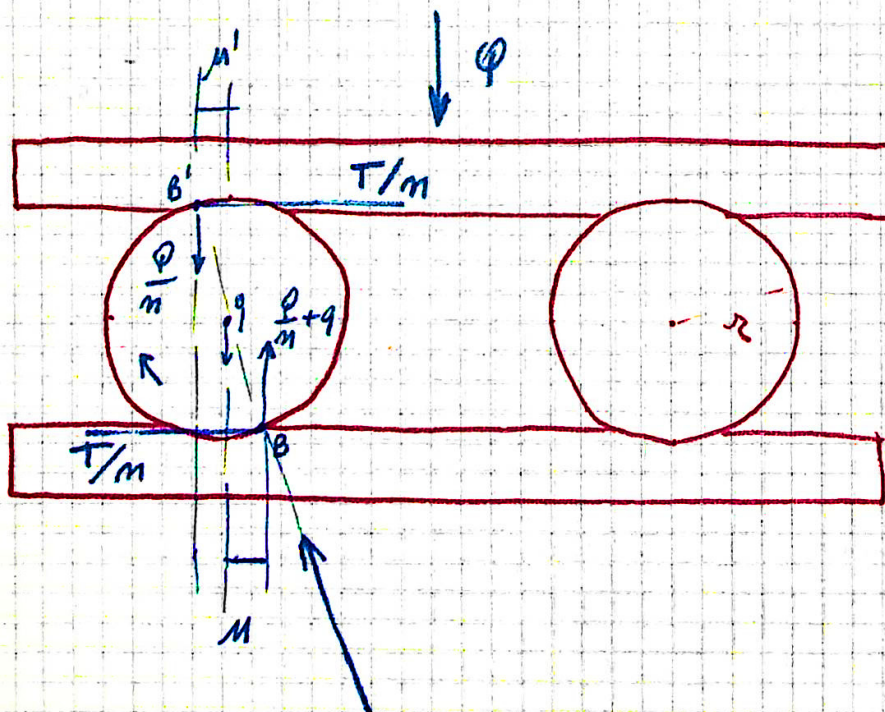
$$P = (Q+q) \left[ \cos \gamma \frac{u+fs}{r} + \sin \gamma \right]$$

# Trasporto di un carico mediante rulli

$n$  rulli

- su ciascun rullo agisce  $\frac{Q}{n}$
- " " " "  $\frac{T}{n}$
- se i coeff. di attrito volvente sono  $\neq$  in un caso  $\mu$  e un  $\mu'$
- la base sotterra' il carico fin' il rullo  $\rightarrow$   
 $\rightarrow$  reagisce con  $\frac{Q}{n} + q$

Il disegno



Poniamo l'equilibrio dei rulli rispetto al centro

$$\frac{\varphi}{m} (m+m') + q m = \frac{T}{m} z z$$

da cui

$$T = \varphi \frac{m+m'}{z z} + q \frac{m m}{z z}$$

se  $q$  è piccolo e  $m=m'$

$$T = \varphi \frac{m}{z}$$

NB se  $m \neq m'$  il risultante non passa per il centro del rullo

# Cuscinetti a rotolamento

Caratteristiche

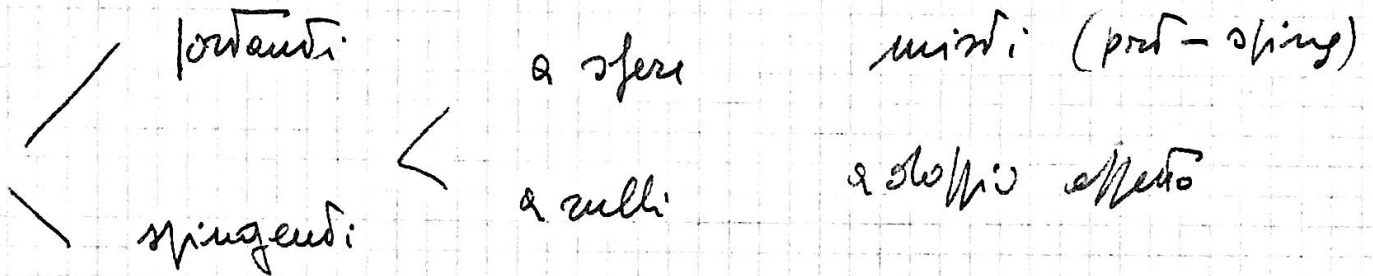
pro

- 1) piccolo coeff. d'attrito ( $0,001 \div 0,002$ )
- 2) piccolo attrito allo inizio del moto
- 3) scarsa variabilità del coeff. di attrito con  $\dot{\gamma}$  e con le proprietà del lubrificante
- 4) lubrificazione semplice ed economica

contro

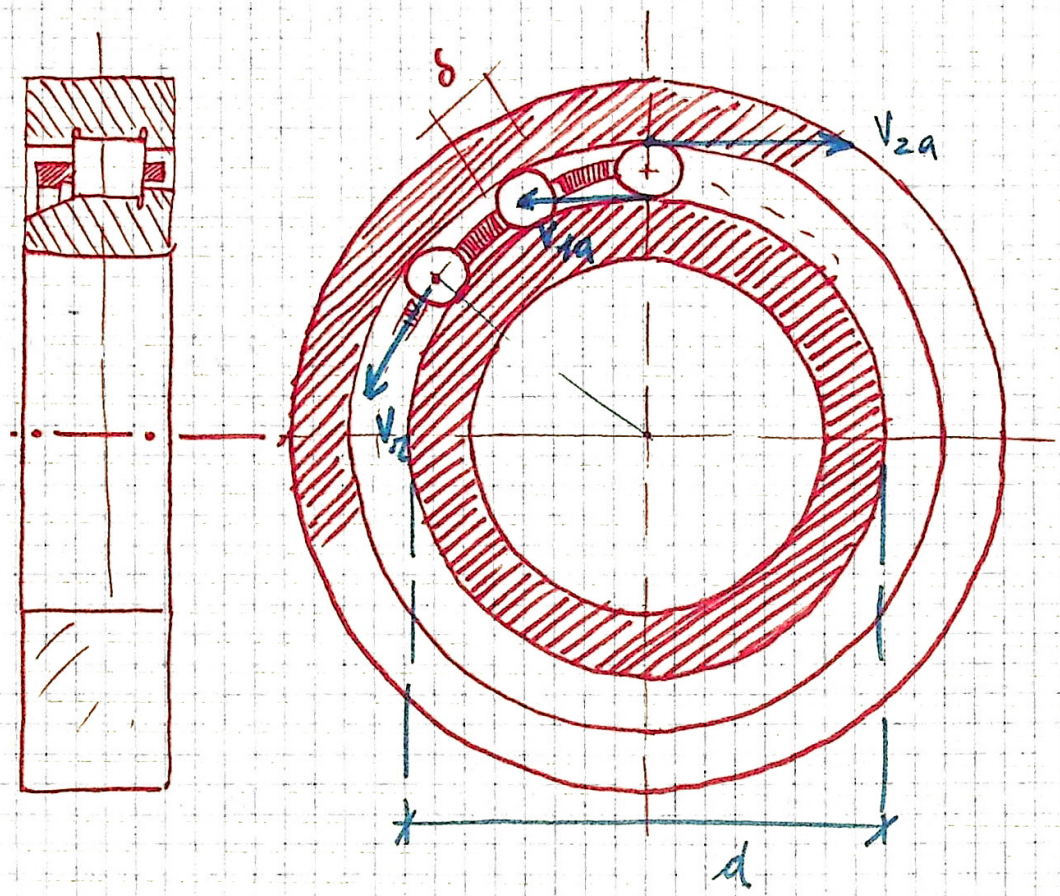
non ideali per gli usi

Temono la polvere



## A Rulli portanti

i rulli sono tenuti a distanza dalla gabbia da una parte e lo spallamento dell'altro e un indito conico per il montaggio



Analizziamo il caso di rotolamento puro

- $\omega_1$     quello interno
- $\omega_2$     "    esterno
- $\Omega$      gabbia

- $V_1$     vel. pr. quello interno  
rispetto alla gabbia
- $V_2$     vel. pr. quello esterno  
rispetto alla gabbia

si ha  $V_1 = (\omega_1 - \Omega) \frac{d}{2}$

$$V_2 = (\omega_2 - \Omega) \left( \frac{d}{2} + \delta \right)$$

perche' sono ~~in~~ rulli che girano deve essere  $V_1 = -V_2$

$$(\omega_1 - \Omega) \frac{d}{2} = -(\omega_2 - \Omega) \left( \frac{d}{2} + \delta \right)$$

comunemente  $\omega_2 = 0 \rightarrow \Omega = \frac{\omega_1}{2} \cdot \frac{d}{d+\delta}$

la velocità assoluta periferica dell'anello interno ( $V_{1a}$ )

$$e' \omega_1 \frac{d}{2} = V_{1a}$$

si ha  $\Omega = \frac{V_{1a}}{d+\delta}$

la velocità assoluta della gabbia e'

$$V_r = \Omega \left( \frac{d}{2} + \frac{\delta}{2} \right) = \frac{V_{1a}}{2}$$

cioè e' metà della velocità ~~del~~ periferica dello  
anello montato sull'asse

Analogamente tenendo fissa il piccolo  $\delta$   
ricoverebbe

$$V_r = \frac{V_{2a}}{2}$$

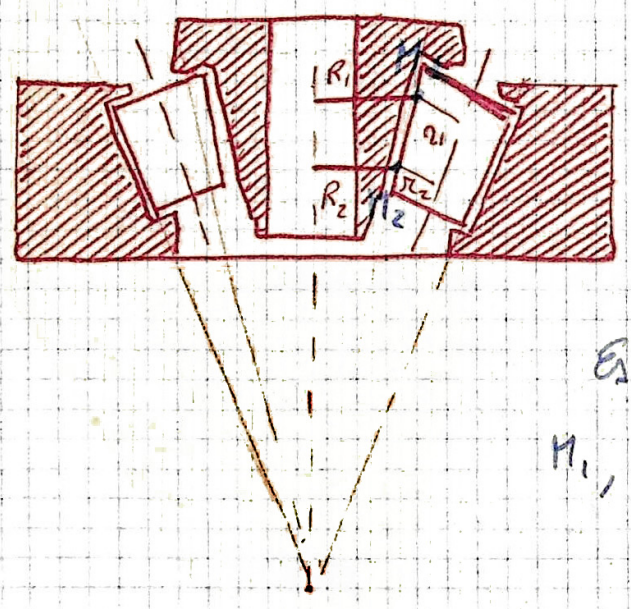
poiché  $V_{2a} > V_{1a}$

si vede che e' meglio tenere fissa il grosso in modo



che la fabbrica giri meno veloce (dim. con l'attrito e aumente la capacità portante)

### Cuscinetti di sfera e Rulli



Dimostriamo che i rulli devono essere corici:

Esprimiamo le velocità dei  $\pi_i$   
 $M_1, M_2$  fissa come il rullo  
 $m_i$  " è disco centrale

$$v_1 = \omega r_1 \quad v_2 = \omega r_2$$

$$V_1 = \Omega R_1 \quad V_2 = \Omega R_2$$

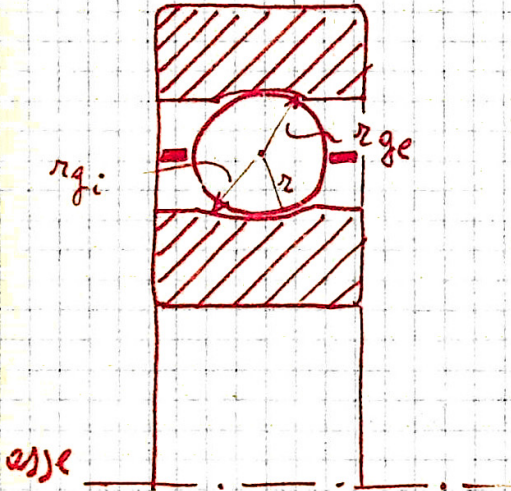
ma per il rotolamento puro deve essere  $V_1 = v_1$ ;  $V_2 = v_2$

$$\begin{aligned} \rightarrow \Omega R_1 &= \omega r_1 \\ \Omega R_2 &= \omega r_2 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

## Luscinetti portanti a sfere

Portano meno di quelli a rulli ma durezza di fili  
e sono più facili da costruire



Valore raccomandato da Stribeck

$$r_g = 1,333 r$$

dato il miglioramento dei materiali ora si usa

$$r_g = 1,05 r$$

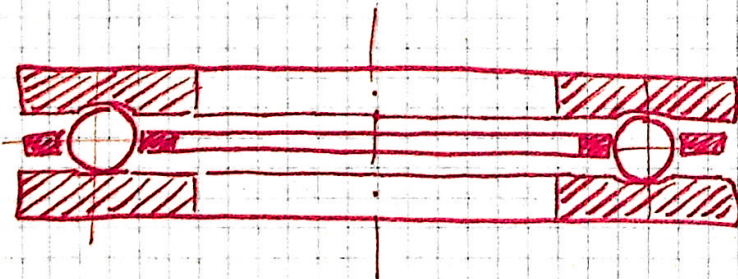
Per far sì che le sfere si trovino in identiche situazioni all'interno e all'esterno, nelle più perfette lavorazioni si usa

$$r_{gi} = 1,04 r$$

$$r_{ge} = 1,048 r$$

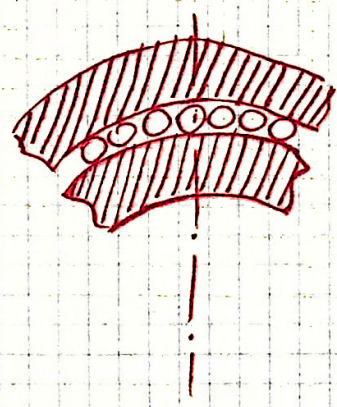
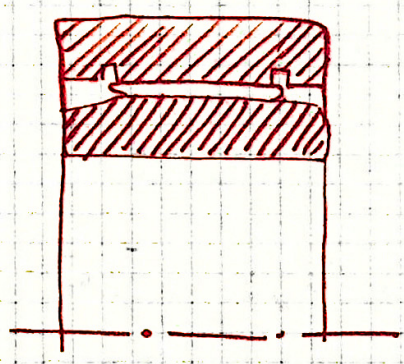
Talvolta si fanno due file ferite di contatto ma si hanno gli inconvenienti prima illustrati.

## Spingenti a sfere



le rulle possono essere montate su supporto sferico

# Cuscinetti a rullini

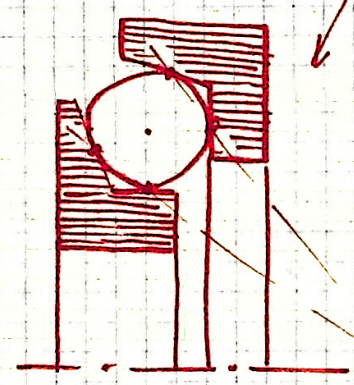
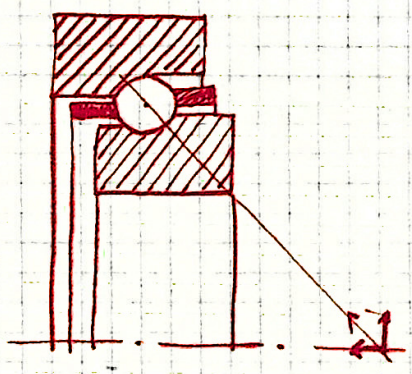


desti  
anche  
cuscinetti ad aghi

sono senza gabbia

il carico portante e' molto aumentato

# Cuscinetti a sfere portanti e spingenti

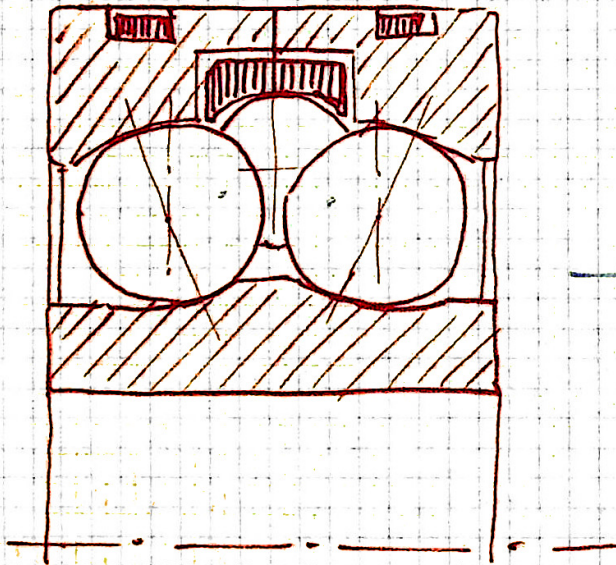


si deve avere  
la convergenza  
per evitare  
ostacolo

# Cuscinetto radiale - Annale a Tre corone di sfere senza gabbia e' costituito da

- 1) due file di sfere portanti
- 2) una ralla interna recante le due piste di rotolamento a file profonde e oblique
- 3) corone di sfere piu' piccole che distanziano le altre
- 4) ralla esterna divisa in due con cerchi a frizione per il frenaggio

- Le sfere portanti sono equi e contatto (come sfere di piombo)
- meno fissa c'è più sono le sfere vicine al carico.
- perché le piste sono oblique funziona anche da guida a doppio effetto.



Quindi è bene che siano ben stretti per evitare lo schiacciamento →

→ è molto presente un po' più attrito degli altri

### Lubrificazione cuscinetti a rotolamento

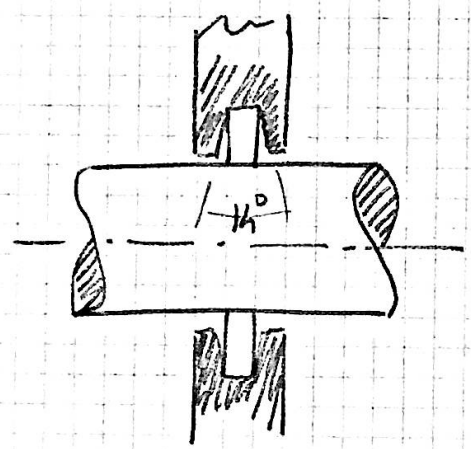
non si ha regime fluido

il lubrificante serve a

- 1) attenuare gli attriti di strisciamento (specie tra gabbia ed elementi rotanti)
- 2) preservare dalla ossidazione
- 3) funzione di cuscinetto elastico, smorzamento

a rigore ci vorrebbe un lubrificante molto fluido e molto viscoso per proteggere (le pressioni sono  $150 \div 250 \text{ kg/cm}^2$ )

• si usano i fluidi e si attivano senza sottile acciò per non far spurgare l'olio  $\neq$  dei pneumatici -



la scelta della viscosità si fa in funzione di velocità e temperatura

$\Rightarrow$  Tabelle

### Resistenza del corpo

con Newton

$$R = c \rho V^2 A \quad (\text{kg})$$

$\rho$  densità

$V$  velocità

$A$  superficie caratteristica del corpo (sezione massima)

$c$  coefficiente di forma

$c$  non è definita molto bene; si sa che è funzione del n° di Reynolds

$$c = f(N)$$

$$\text{dove } N = \frac{V \rho l}{\mu} = \frac{V l}{\nu}$$

l dimensione caratteristica

$\nu$  viscosità cinematica

$Re$  adimensionale

## Esperienze fluidodinamiche

due metodi: // diretto (prototipi)

// indiretto (modelli)

nelle gallerie del vento  $T$  con bilancia aerodinamica  
che misura le 6 componenti in fisso

(3 comp. per le forze, 3 per i momenti)

Le gallerie si dividono in due tipi:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{subsoniche} \\ \text{supersoniche} \end{array} \right.$

subsoniche: ad elica con aria espirata sul modello

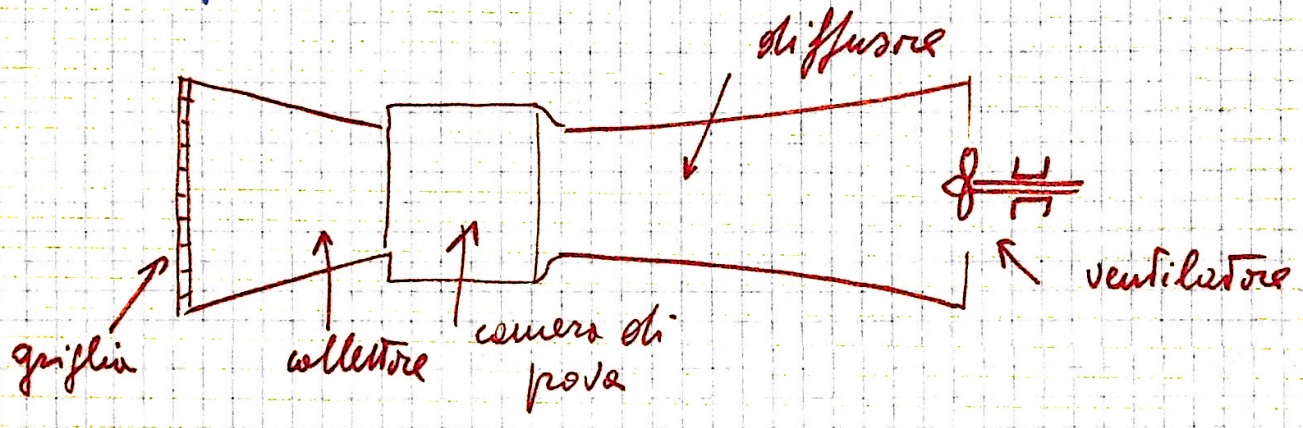
supersoniche: con compressori assiali

# Gallerie subsoniche

Eiffel: collettore convergente, diffusore divergente nel mezzo la camera di prova ermetica

il lavoro del ventilatore è diminuito dallo scivolo che da la forma delle pareti

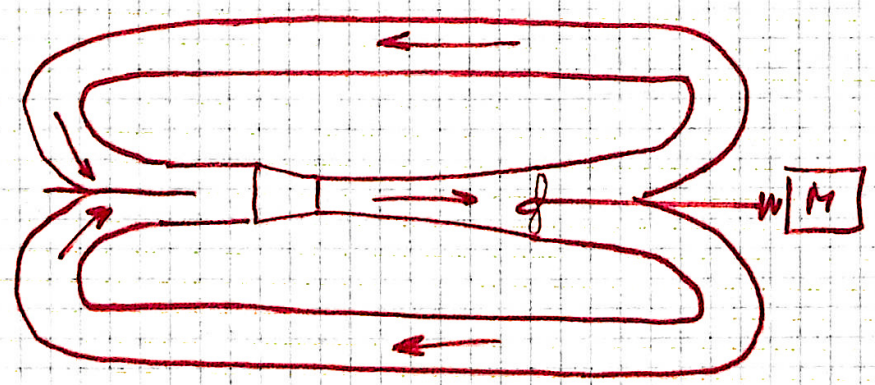
o) si migliora con una griglia rettificatrice posta allo ingresso



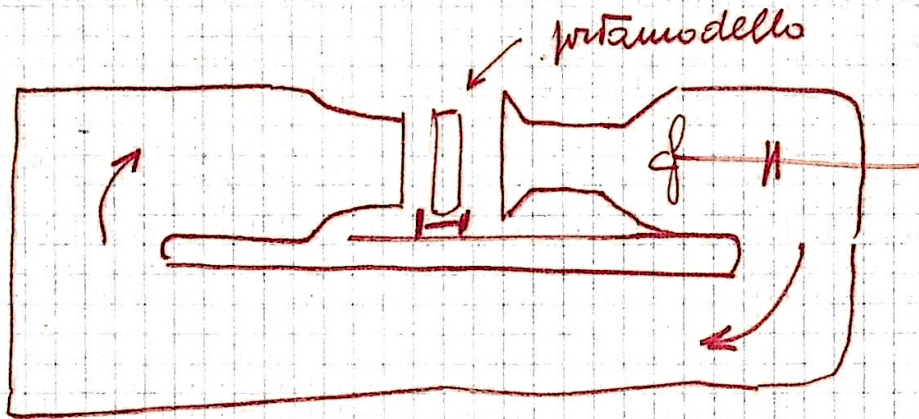
Più economiche le gallerie a ritorno o a ciclo chiuso

braccio a doppio ritorno

↳ Brennetl, a ritorno semplice



la seconda è meno economica ma la seconda d'aria è migliore [  $\phi$  3-6 m 3-4 atm ]



### Influenza del n° di Reynolds

la legge di similitudine di Newton non è direttamente valida -

con dice  $C = \frac{R}{\rho V^2 A}$  \* per un modello vero

con un <sup>reale</sup> modello n' fa

$$R' = \rho' V'^2 A'$$

o a parità di N° di Reynolds

C mi è dato dalla \*

due modelli simili hanno lo stesso

C

ma  $C = C(N)$

sarebbe bene allora imporre nei due casi (reale e modello)

$N = N'$ , con il che si traduce in

$$N = \frac{Vl}{\nu}$$

$$Vl = V'l'$$

ma ciò è in pratica



impossibile (si vede con un piccolo calcolo)  
(si vogliono sel. troppo elevate)

→ si costruiscono gallerie per pneumatici

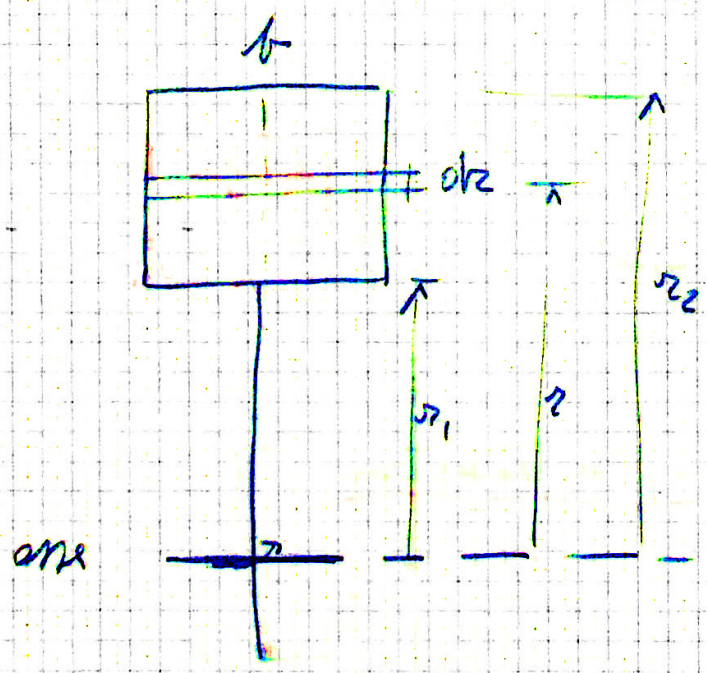
si è pensato di diminuire  $v$  (o che è lo stesso di aumentare  $\rho$ )  $v = \frac{M}{\rho}$

si potrebbe usare o un fluido compresso o un liquido o anche vapore -

Se la compressione è interna si ha viscosità costante →  $N$  varia  $L$  alla pressione

Le gallerie naturalmente devono essere molto robuste

Resistenza del mezzo al moto rotatorio



con Newton

$$dR = c(r) \cdot \rho \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot b \cdot dr$$

introducendo un  $\Sigma$  medio e integrando

$$R = \Sigma \rho \cdot b \cdot \omega^2 \int_{r_1}^{r_2} r^2 = \Sigma \rho \cdot b \cdot \omega^2 \left[ \frac{r^3}{3} \right]_{r_1}^{r_2} =$$
$$= \Sigma \rho \cdot b \cdot \omega^2 \cdot \frac{r_2^3 - r_1^3}{3}$$

il momento elementare  $e'$  (rispetto alla *axe di rot.*)

$$dM = dR \cdot r = c(r) \cdot \rho \cdot r^3 \cdot \omega^2 \cdot b \cdot dr$$

integrando

$$M = \int_{r_1}^{r_2} r dR = \Sigma \rho \cdot b \cdot \omega^2 \frac{r_2^4 - r_1^4}{4}$$

momento su  
una pala -

la potenza in CV  $e'$

$$\frac{M \cdot \omega}{75} = \frac{\Sigma \rho \cdot b \cdot \omega^3}{75} \cdot \frac{r_2^4 - r_1^4}{4}$$

potenza in  
una pala

$\Sigma \rho$  ni ha una *constant* in temperatura

→ basta misurare  $\omega$

anche'  $\rho = \rho(t)$  la temperatura solo per  $E$

→ ni fanno fin' temperatura

## Fondamenti della dinamica delle macchine

∃ forze interne, esterne  $\left\{ \begin{array}{l} \text{motrici} \\ \text{resistenti} \end{array} \right.$

gli organi sono  $\left\{ \begin{array}{l} \text{moventi} \\ \text{cedenti} \end{array} \right. \left( \begin{array}{l} \text{forze motrici} \\ \text{" resistenti"} \end{array} \right)$

Serie il cedente di un meccanismo è solidale col movente del successivo (i fulcri sono rigidamente connessi)

in una serie di  $n$  meccanismi si hanno  $n$  moventi;  $n$  cedenti;  $n+1$  fulcri (spesso essi)

## Studio del moto delle macchine

in una equilibrio forze esplicite (motrici, resistenti, pesi) e forze d'inerzia

opunti col teorema dei lavori virtuali ammettendo il lavoro si ha la condizione di equilibrio. In particolare se agli spostamenti virtuali si sostituiscono quelli effettivi, il lavoro è uguale alla variazione di forze vive.

$$\sum_i F_{m_i} \delta s_{m_i} - \sum_i F_{r_i} \delta s_{r_i} - \sum_i F_{p_i} \delta p_i = \Delta W \quad (1)$$

$F_{mi}$ : forze motrici

$F_{ri}$ : " resistenti ~~resiste~~

$F_{pi}$ : " passive

$\Delta W$  variazione forza viva =  $\Sigma$  variazioni

per traslazione di una massa  $m$  a velocità  $v$  si ha  $\frac{1}{2} m v^2$

$$\Delta W = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

per rotazione  $\Delta W = \frac{1}{2} I (\omega_2^2 - \omega_1^2)$

( $I$  momento d'inerzia rispetto a quell'asse)

Per membri mobili il cui baricentro si muove con  $v_0$  e rotola con  $\omega$  attorno ad un asse baricentrico si ha

$$W = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega^2$$

$$\Delta W = \frac{1}{2} m (v_{02}^2 - v_{01}^2) + \frac{1}{2} I_0 (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

integrando la (1)

$$L_m - L_2 - L_p = W_2 - W_1$$

## Macchine a regime assoluto e a regime periodico

1) regime assoluto escluso l'avviamento e l'arresto  $\frac{dW}{dt} = 0$

2) regime periodico " " " "  $\frac{\Delta W}{\Delta t} = 0$  solo

se  $\Delta t$  è un multiplo di  $T$  periodo

per ore con  $t = T$  si ha

$$L_m - L_r - L_p = 0$$

valido naturalmente sempre per le firme

## Funzionamento ideale e reale delle macchine - Rendimenti

ideale  $L_p = 0 \rightarrow L_m = L_r$

reale  $L_p \neq 0 \rightarrow L_r < L_m$

rendimento organico

$$\eta = \frac{L_r}{L_m}$$

perdita di rendimento

$$1 - \eta = 1 - \frac{L_r}{L_m} = \frac{L_m - L_r}{L_m} = \frac{L_p}{L_m}$$

In regime assoluto con una sola forza P e Q e più forze  
paride si ha

$$P \delta_m - Q \delta_r - \sum_i F_{p_i} \delta p_i = 0$$

nel caso ideale  $P \delta_m = Q \delta_r$

quindi  $\eta = \frac{L_r}{L_m} = \frac{Q \delta_r}{P \delta_m} = \frac{P_0 \delta_m}{P \delta_m} = \frac{P_0}{P}$

### Moto retrogrado

si ha quando la velocità cambia segno mentre rimane  
inalterato il segno delle forze esterne

addivamente si scambiano il compito le forze esterne  
resistenti e motrici

quindi l' equazione nel moto retrogrado è

$$\sum_i F_{r_i} \delta r_i - \sum_i F_{m_{r_i}} \delta m_i - \sum F_{p_{r_i}} \delta p_i = 0$$

$F_{m_{r_i}}$  forza motrice retrograda

in altri termini:  $L_r - L_{m_r} - L_{p_r} = 0$

nel caso di una sola forza motrice e una sola resistenza

$$\varphi \delta_2 - P_2 \delta_m - \sum F_{p_{2i}} dp_i = 0$$

il rendimento nel moto retrogrado diventa

$$\eta_{r2} = \frac{P_2 \delta_m}{\varphi \delta_2}$$

$$\text{cicuito } \varphi \delta_2 = P_0 \delta_m \rightarrow$$

$$\boxed{\eta_{r2} = \frac{P_2}{P_0}}$$

poiché  $\eta_{r2} < 1$  vale

$$P_2 < P_0 < P$$

Arresto spontaneo

nel moto diretto  $\eta = \frac{L_2}{L_m}$

nel retrogrado  $\eta_{r2} = \frac{L_{m2}}{L_2}$

le corrispondenti perdite di rendimento sono

$$1 - \eta = \frac{L_p}{L_m}$$

$$1 - \eta_{r2} = \frac{L_{p2}}{L_2}$$

il loro rapporto è:

$$\frac{1 - \eta}{1 - \eta_{r2}} = \frac{L_p L_2}{L_m L_{p2}} = \frac{L_p}{L_{p2}} \cdot \frac{L_2}{L_m} = \eta \cdot \frac{L_p}{L_{p2}} = \frac{\eta}{\eta_{r2}}$$

dove  $\rho = \frac{L_{P2}}{L_P}$

quindi  $\frac{1-\eta}{1-\eta_2} = \frac{\eta}{\rho} \rightarrow \eta_2 = 1 - \frac{\rho}{\eta} (1-\eta) =$

$= \frac{\eta - \rho(1-\eta)}{\eta} = \frac{\eta(1+\rho) - \rho}{\eta}$

$\eta_2 \leq 0 \quad \text{se} \quad \eta \leq \frac{\rho}{1+\rho}$

condizione di  
arresto spontaneo

di solito in pratica  $\rho = \frac{L_{P2}}{L_P} \leq 1 \Rightarrow \eta \leq \frac{1}{2}$

Rendimento meccanismi in serie e in parallelo

n meccanismi serie

$\eta = \frac{L_{r_n}}{L_{m_1}}$

$L_{m_i}$ : lavoro motore i-esimo  
 $L_{r_i}$ : " resistente i-esimo

i rendimenti dei successivi meccanismi sono:

$\eta_1 = \frac{L_{r_1}}{L_{m_1}} \quad \eta_2 = \frac{L_{r_2}}{L_{m_2}} \quad \dots \quad \eta_n = \frac{L_{r_n}}{L_{m_n}}$



moltiplicando  $\eta_1 \eta_2 \dots \eta_n = \frac{L_{r1}}{L_{m1}} \cdot \frac{L_{r2}}{L_{m2}} \dots \frac{L_{rn}}{L_{mn}}$

ma il lavoro motore dell'uno coincide col lavoro resistente del precedente  $\rightarrow$

$$\eta_1 \eta_2 \dots \eta_n = \frac{L_{rn}}{L_{m1}} = \frac{L_r}{L_m} = \eta$$

parallelo

qui

$$L_m = L_{m1} + L_{m2} + \dots + L_{mn}$$

$$L_r = L_{r1} + L_{r2} + \dots + L_{rn} \rightarrow$$

$$\eta = \frac{L_r}{L_m} = \frac{L_{r1} + L_{r2} + \dots + L_{rn}}{\sum_i L_{mi}}$$

i singoli rendimenti vengono  $\eta_1 = \frac{L_{r1}}{L_{m1}}$  ;  $\eta_2 = \frac{L_{r2}}{L_{m2}}$  -----

sostituendo  $\eta = \frac{\eta_1 L_{m1} + \eta_2 L_{m2} + \dots + \eta_n L_{mn}}{\sum_i L_{mi}} =$

$$= \frac{\sum_i \eta_i L_{mi}}{\sum L_{mi}} = \eta$$

media ponderata  
dei singoli rendimenti

Studio moto vario      Riduzione delle forze e delle masse

Per semplificare il problema si fa la  
riduzione delle forze e delle masse

• Ridurre un sistema di forze ad un pt.  $\equiv$

sostituire alle forze un'unica forza capace di compiere un  
lavoro uguale alla  $\Sigma$  lavori compiuti (nello stesso tempo)  
dell'insieme delle altre forze

o.e. a  $P_1$  che si sposta di  $\delta_1$  in  $\delta t$       lavoro  
sostituire  $P_2$  " " " "  $\delta_2$  "  $\delta t$

forche'  $P_1 \delta_1 = P_2 \delta_2$

a  $P_1$  che si sposta di  $\delta_1$  in  $\delta t$       lavoro sostituire  
 $M_2$  " " giro di  $d\delta_1 = \omega_2 \delta t$

forche'  $P_1 \delta_1 = M_2 \omega_2 \delta t$

• Ridurre ad un pt. fin' essere che traslano  $\equiv$   
concentrare in un pt. le masse / le forze vive siano ugual.  
istante per istante

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \text{ con } V_1 \\ m_2 \text{ con } V_2 \end{array} \right. \text{ sono sostituite} \\ \text{perché } m_1 V_1^2 = m_2 V_2^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \text{ con } V_1 \\ I_2 \text{ con } \omega_2 \end{array} \right. \text{ sono sostituite} \\ \text{perché } m_1 V_1^2 = I_2 \omega_2^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 \text{ con } \omega_1 \\ I_2 \text{ con } \omega_2 \end{array} \right. \text{ sono sostituite} \\ \text{perché } I_1 \omega_1^2 = I_2 \omega_2^2$$

quest'ultima è detta riduzione delle masse rispetto ad un  
asse di solito si riduce tutto ad un solo asse  
 detto asse principale della macchina

con questo metodo 
$$I_m = \frac{\sum m_i V_i^2}{\omega^2} + \frac{\sum I_i \omega_i^2}{\omega^2}$$

$m_i, V_i, I_i, \omega_i$  fattori del lavoro delle masse

$I_m$  momento d'inerzia della macchina rispetto all'asse principale

applicando i lavori virtuali:

$$(M_m - M_r - M_p) \omega dt = \frac{1}{2} d(I_m \omega^2)$$

$M_m, M_r, M_p$  momenti motore, resistente, passivo della unica  
 massa,  $\omega$  vel. angolare di tale massa attorno all'asse

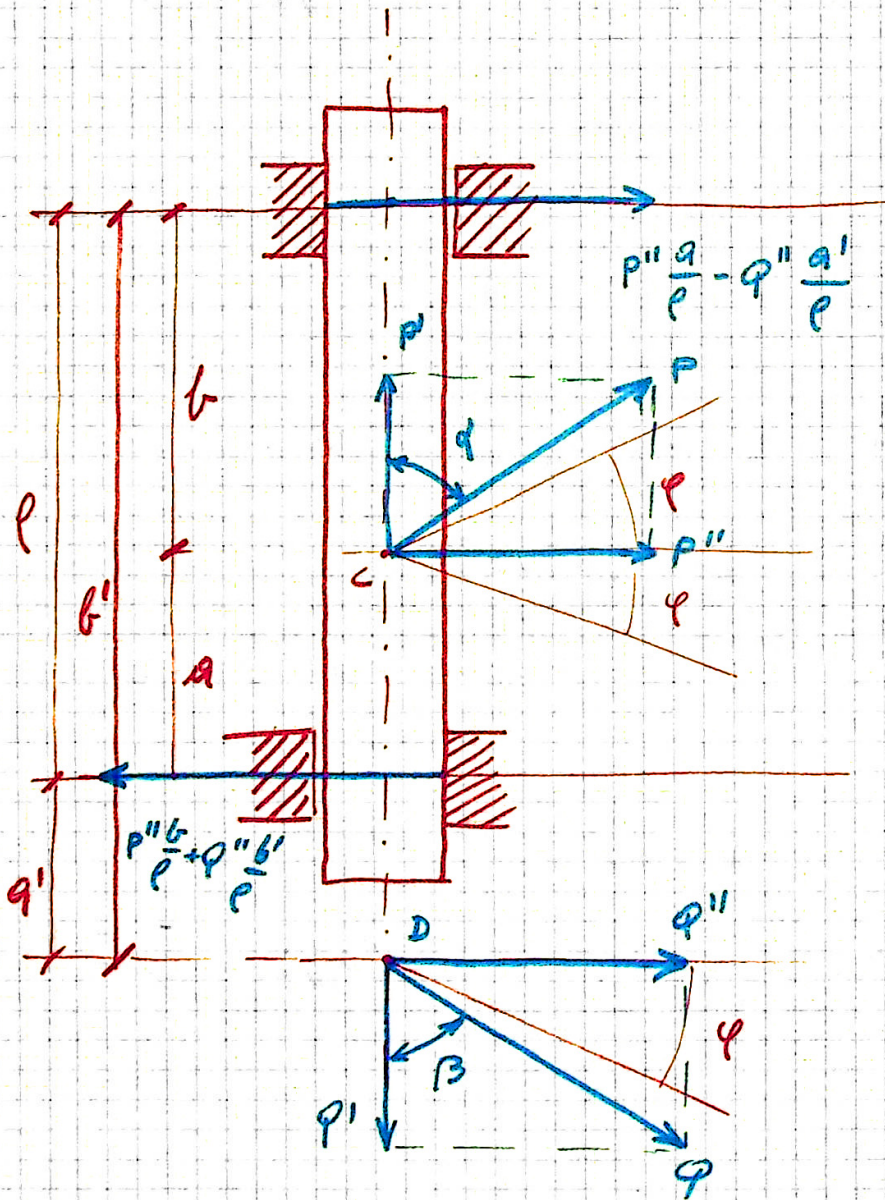
$I_m$  momento di inerzia di detta massa attorno a quest'asse

ponendo  $d\varphi = \omega dt$  e integrando

$$\int_0^{\varphi} (M_m - M_r - M_p) d\varphi = \begin{cases} \frac{1}{2} I_m (\omega_d^2 - \omega_0^2) & \text{se } I_m = \text{cost} \\ \frac{1}{2} (I_{m_d} \omega_d^2 - I_{m_0} \omega_0^2) & \text{se } I_m \neq \text{cost} \end{cases}$$

Mechanismi costituiti da coppie cinematiche elementari

A) Coppia prismatica Asta rotante fra due guide



NB le reazioni  
si ricavano con le  
equazioni dei  
momenti

Qui siamo nella ipotesi di  $P'' \frac{q}{l} < Q'' \frac{q'}{l}$  (reazioni discordi)

il caso però è stato sviluppato come se  $P'' \frac{q}{l} > Q'' \frac{q'}{l}$

nel caso ideale

$$P'_0 - Q' = P_0 \cos \alpha - Q \cos \beta = 0$$

$$\Rightarrow P_0 = Q \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$$

nel caso effettivo

$$f = \tan \varphi$$

56

$$P \cos \alpha - Q \cos \beta - f \left( P'' \frac{b}{\rho} + Q'' \frac{b'}{\rho} \right) - f \left( P'' \frac{a}{\rho} - Q'' \frac{a'}{\rho} \right) =$$

$$= P \cos \alpha - Q \cos \beta - f P'' \frac{a+b}{\rho} - f Q'' \frac{b'-a'}{\rho} =$$

$$= P \cos \alpha - Q \cos \beta - f P \sin \alpha - f Q \sin \beta =$$

$$= P (\cos \alpha - f \sin \alpha) - Q (\cos \beta + f \sin \beta) = 0$$

da cui si ricava

$$P = Q \frac{\cos \beta + f \sin \beta}{\cos \alpha - f \sin \alpha}$$

di qui si può ricavare il rendimento

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha - f \sin \alpha}{\cos \beta + f \sin \beta} = \frac{1 - f \tan \alpha}{1 + f \tan \beta}$$

quindi

$$\eta = \frac{1 - f \tan \alpha}{1 + f \tan \beta}$$

Vediamo ora il caso di moto retrogrado

per l'equilibrio deve essere (potendo della  $\circ$ )

$$Q \cos \beta - P_2 \cos \alpha - f P_2 \sin \alpha - f Q \sin \beta = 0$$

da cui

$$P_2 = Q \frac{\cos \beta - f \sin \beta}{\cos \alpha + f \sin \alpha}$$

ricordando che  $P_0 = Q \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$

$$\bullet \eta_2 = \frac{P_2}{P_0} = \frac{\cos \beta - f \sin \beta}{\cos \alpha + f \sin \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{1 - f \operatorname{tg} \beta}{1 + f \operatorname{tg} \alpha}$$

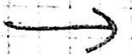
condizione di arresto spontaneo  $\eta_2 \leq 0$

$$1 - f \operatorname{tg} \beta \leq 0$$

$$\text{ovvero } f \geq \cot \beta \quad \operatorname{tg} \alpha \geq \cot \beta$$

$$\rightarrow \text{ovvero } \beta \geq \frac{\pi}{2} - \varphi$$

$$\cot \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) \geq \cot \beta$$

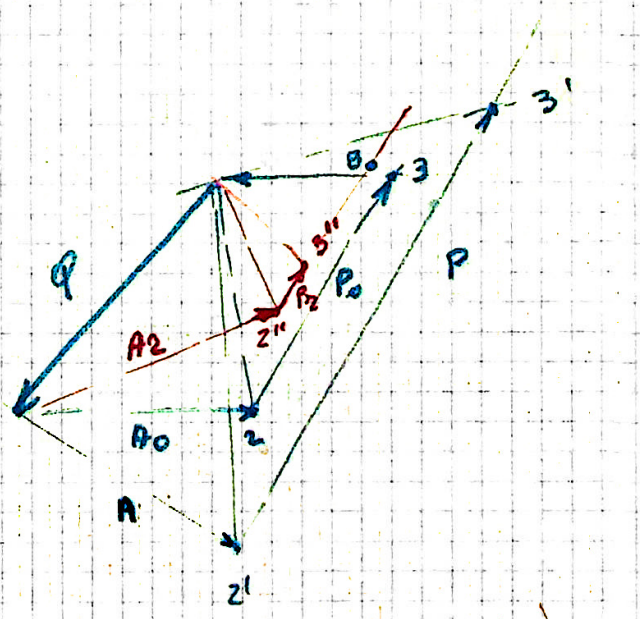
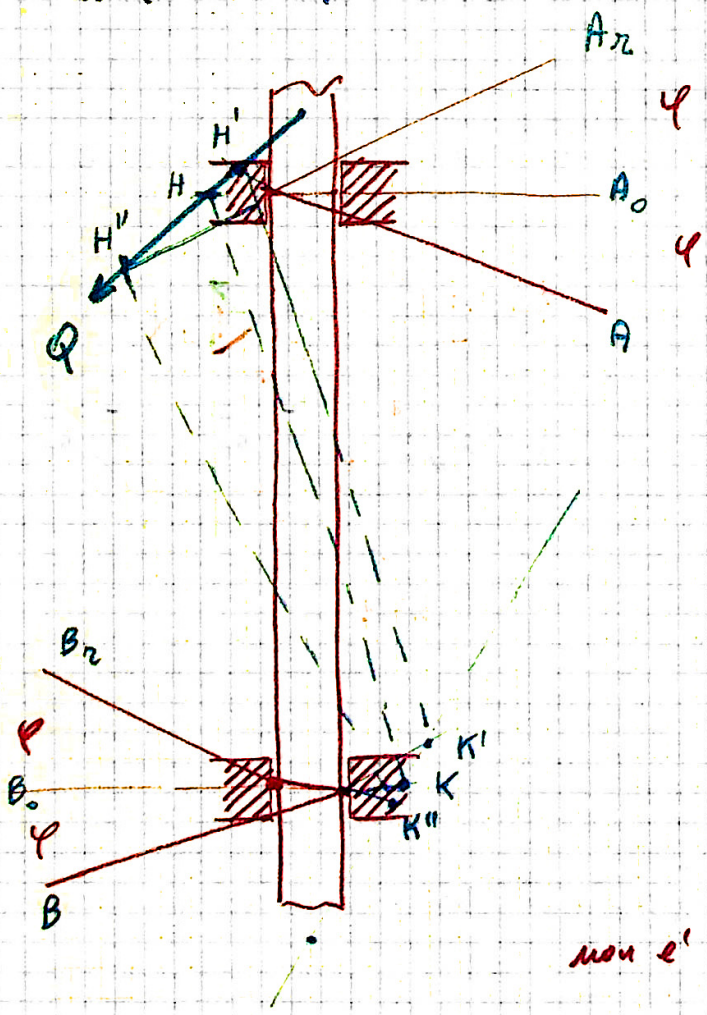


$\alpha \quad \beta \geq \frac{\pi}{2} - \varphi$   $\eta$  risultante

$$\eta = \frac{1 - \tan \varphi \tan \beta}{1 + \tan \varphi \tan \beta} = \frac{1 - \cot \varphi \beta \cdot \tan \beta}{1 + \cot \varphi \beta \cdot \tan \beta} = \frac{1 - \cot \varphi \beta \cdot \tan \beta}{2} < \frac{1}{2}$$

Soluzione grafica per risultanti successive

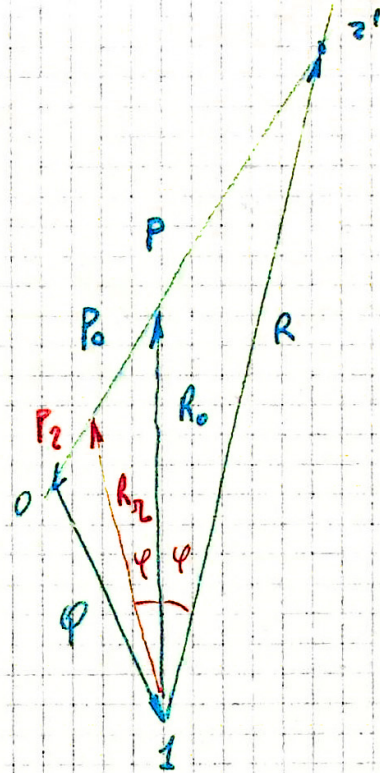
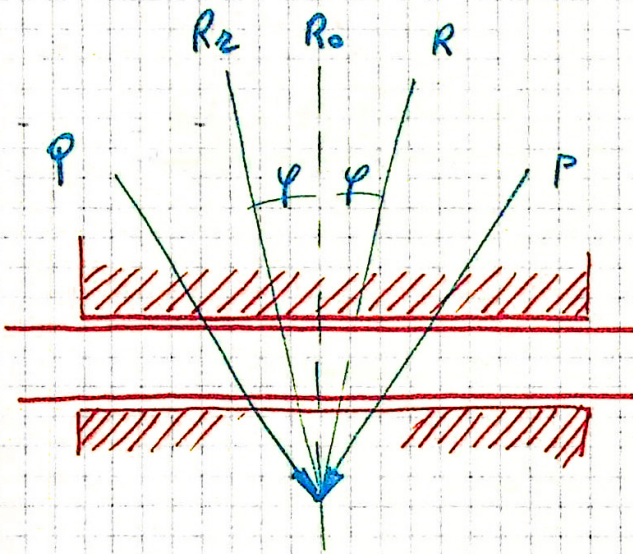
A e Q avranno una certa risultante  
 B e B " " " " " " " " questo due sono  
 le uniche  $\rightarrow$  sono uguali e contrarie e sulla stessa  
 retta di azione.



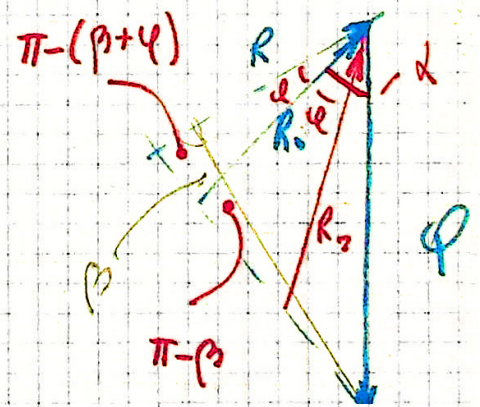
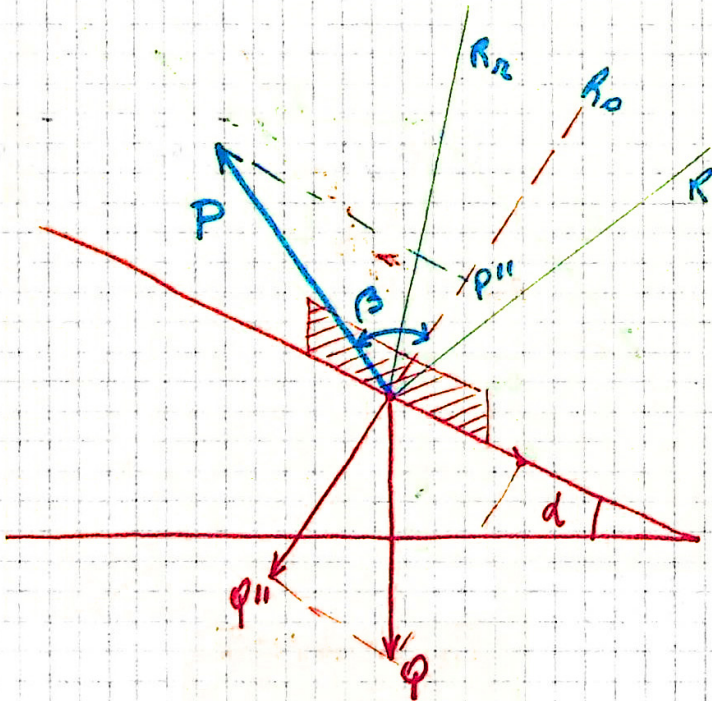
NB quando  $P_2$  si inverte  
 non e' piu' ammesso il moto retrogrado  
 ( $\eta < 0$  scivoli •)



Asta con guida unica



Piano inclinato



\*

dalla fig \* col Teorema dei seni

$$\frac{P_0}{Q} = \frac{\sin d}{\sin(\pi - \beta)} = \frac{\sin d}{\sin \beta}$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{\sin(d + \varphi)}{\sin(\pi - (\beta + \varphi))} = \frac{\sin(d + \varphi)}{\sin(\beta + \varphi)}$$

e si ottiene

$$P_0 = Q \frac{\sin d}{\sin \beta}$$

$$P = Q \frac{\sin(d + \varphi)}{\sin(\beta + \varphi)} \longrightarrow$$

$$\rightarrow \eta = \frac{P_0}{P} = \frac{\sin d}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin(\beta + \varphi)}{\sin(d + \varphi)} = \frac{\sin d}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \beta \cos \varphi + \cos \beta \sin \varphi}{\sin d \cos \varphi + \cos d \sin \varphi} =$$

$$= \frac{\cos \varphi + \sin \varphi \cot \beta}{\cos \varphi + \sin \varphi \cot d} = \frac{1 + \operatorname{tg} \varphi \cot \beta}{1 + \operatorname{tg} \varphi \cot d} =$$

$$= \boxed{\frac{1 + \operatorname{tg} \varphi \cot \beta}{1 + \operatorname{tg} \varphi \cot d} = \eta}$$

Dalla figura si vede che  $\varphi$  è minima se  $e' \perp R$

cioè quando  $\beta + \varphi = \frac{\pi}{2} \longrightarrow P$  risulta inclinata di  $\varphi$  sul fianco, indichiamo con  $P_m$  tale valore minimo

$$P_m = Q \frac{\sin(d + \varphi)}{\sin \frac{\pi}{2}} = Q \sin(d + \varphi)$$

caso di  $\beta = \frac{\pi}{2}$

$$P_0 = Q \sin \alpha$$

$$P = Q \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos \varphi}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + f \cot \alpha}$$

caso di  $\beta = \frac{\pi}{2} + \alpha$  (fase opposta)

$$P_0 = Q \tan \alpha$$

$$P = Q \tan(\alpha + \varphi)$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \varphi)}$$

Dalla figura si vede che se  $\alpha > \varphi$  e' possibile il moto retrogrado ( $P_2 > 0$ )

se  $\alpha < \varphi$  si ha l'arresto spontaneo

se  $\alpha = \varphi$  si ha equilibrio instabile

sempre con  $\alpha = \varphi$  andiamo a vedere i rendimenti nei tre casi considerati

$$\beta = \beta$$

$$\beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} + \alpha$$

$$\eta = \frac{1 + f \cot \beta}{2} > \frac{1}{2}$$

$$\eta = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\tan \alpha}{\tan 2\alpha} = \\ &= \frac{1 - \tan^2 \alpha}{2} < \frac{1}{2} \end{aligned}$$

• nel primo caso  $P''$  allieggia la reazione  $Q''$  sul piano

→ la forza d'attrito nel moto diretto è  $f(Q'' - P'')$

" " " " " retrogrado  $f Q''$

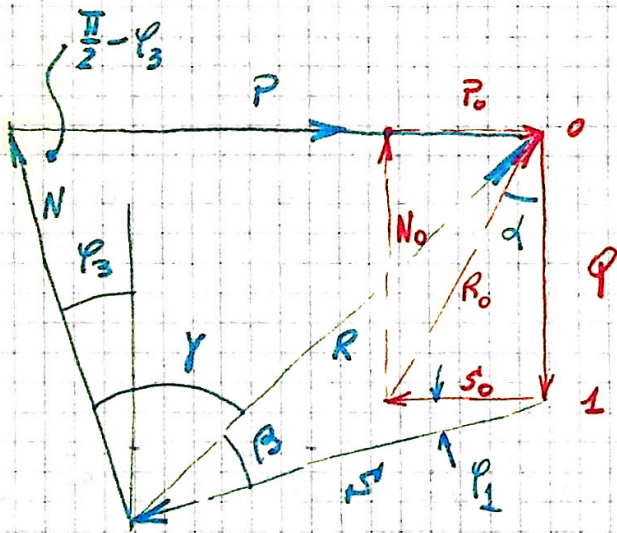
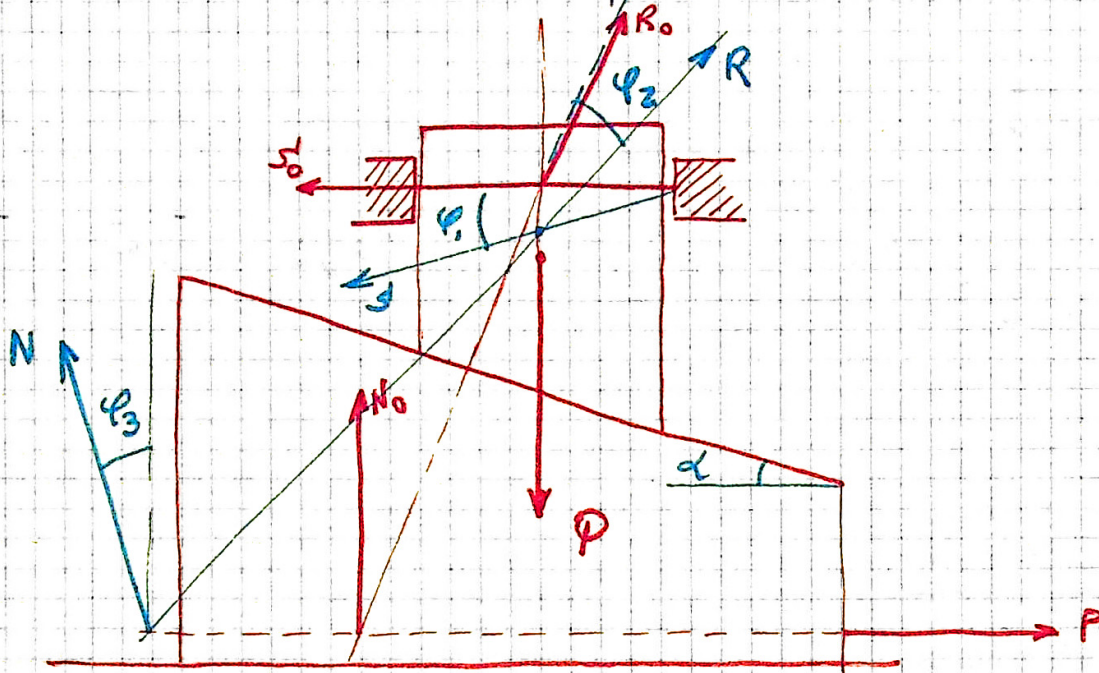
quindi, poiché non è soddisfatta la 11  $\left( \rho = \frac{L_{P_0}}{L_P} \leq 1 \right)$

il rendimento non risulta inferiore al 50%

nel 2° caso → le forze passive sono uguali nel moto diretto e in quello inverso

nel 3° caso  $P$  ha una componente  $P''$  che allieggia la reazione  $Q''$  sul piano → le forze passive sono più grandi nel moto diretto che nel moto retrogrado, quindi è soddisfatta la 11

# Mecanismi costituiti da tre coppie prismatiche



dei grafici

$$P_0 = Q \operatorname{tg} \alpha \quad \text{caso ideale}$$

$$\frac{P}{R} = \frac{\sin \gamma}{\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi_3)} = \frac{\sin \gamma}{\cos \varphi_3}$$

$$\frac{R}{Q} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \varphi_1)}{\sin \beta} = \frac{\cos \varphi_1}{\sin \beta}$$

perché  $\gamma = \alpha + \varphi_2 + \varphi_3$

$\beta = \frac{\pi}{2} - (\alpha + \varphi_1 + \varphi_2)$

moltiplicando le 2 si ricava

$$P = \varphi \frac{\sin(d + \varphi_2 + \varphi_3) \cos \varphi_1}{\cos \varphi_3 \cdot \cos(d + \varphi_1 + \varphi_2)}$$

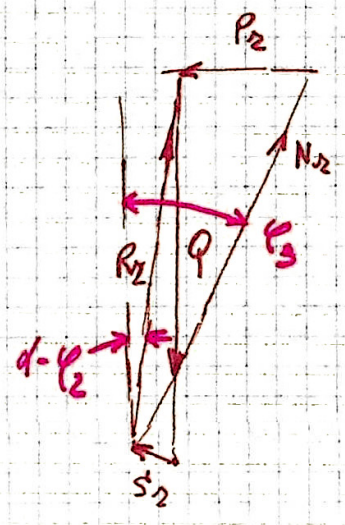
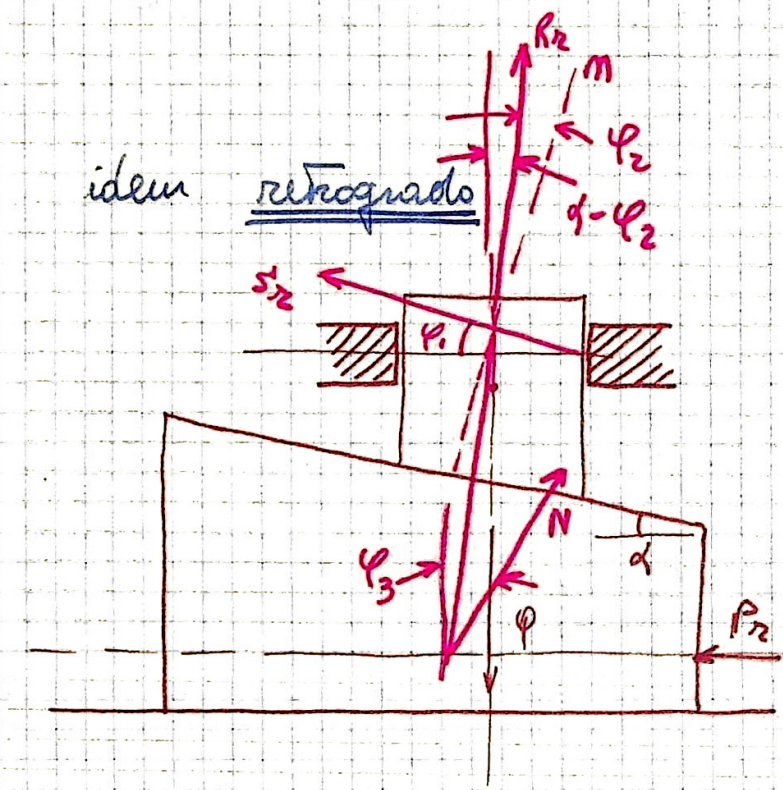
caso reale

da cui se  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$

$$\rightarrow \eta = \frac{P_0}{P} = \frac{\text{tg } d}{\text{tg } (d + 2\varphi)}$$

idem

retrogrado



se  $\varphi_3 > d - \varphi_2$  si ha arresto spontaneo

infatti perché si muova bisogna spingere con una forza  $P_2$