

# LAbook\_chapter04

July 11, 2024

## 1 BOOK: Linear Algebra: Theory, Intuition, Code

AUTHOR: Mike X Cohen

WEBSITE: [sincxpress.com](http://sincxpress.com)

### 1.1 CHAPTER: Vector spaces (chapter 4)

#### 1.2 Section 4.1, Dimensions and fields in linear algebra 4.1

##### 1.2.1 ALGEBRICAMENTE :

1.2.2 Dimensione = il numero di elementi che compongono il Vettore

##### 1.2.3 GEOMETRICAMENTE :

1.2.4 Dimensione = il numero di assi coordinati in cui esiste il Vettore

Gli assi coordinati possono non essere ortogonali

##### 1.2.5 CAMPI :

1.2.6 si indicano con le lettere:  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{R}^2$   $\mathbb{R}^3$   $\mathbb{R}^4$  sta per Numeri Reali —  $\mathbb{R}^4$  = vettore reale a 4 dimensioni [ a b c d ]

1.2.7 Un campo in matematica è un set di numeri cui è possibile applicare le operazioni base: addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione

#### 1.3 Section 4.2, Vector spaces 4.2

##### 1.3.1 GEOMETRICAMENTE :

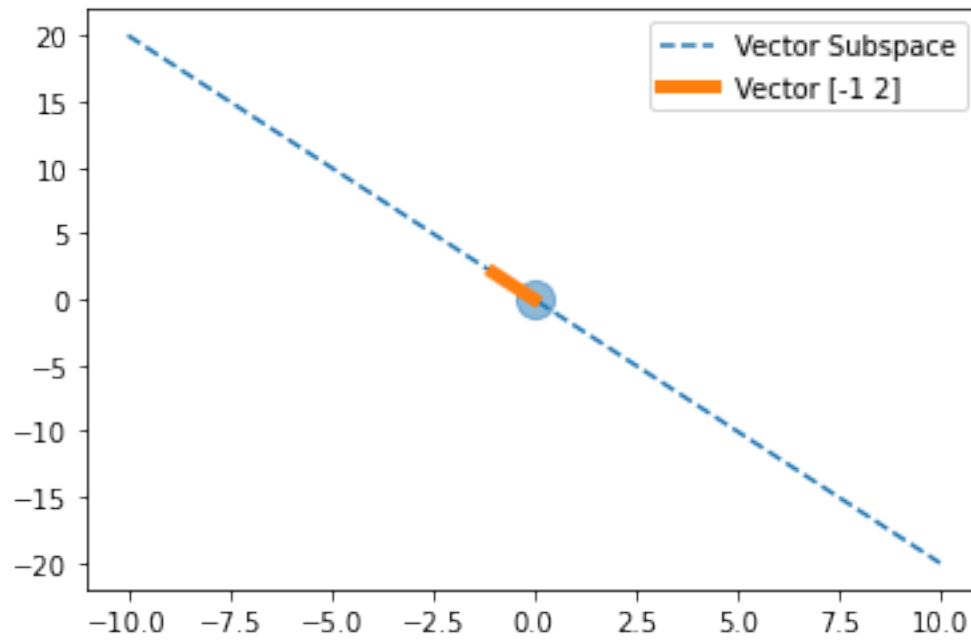
1.3.2 Uno spazio vettoriale si riferisce a qualsiasi insieme di oggetti per i quali sono definite l'addizione e la moltiplicazione scalare.

[ ]:

```
[10]: ## Vettore 2D
import numpy as np
a = 10 # a stands for infinity
x1 = np.linspace(-1,0,20)
x2 = np.linspace(-a,a,200)
y1 = -2*x1
```

```
y2 = -2*x2
import sys
lambda1 = range(-a, a, 200)
plt.plot(x2,y2, linestyle='--',label='Vector Subspace')
plt.plot(x1,y1,linewidth=5,label='Vector [-1 2]')
plt.scatter(0,0, s=200, alpha=0.5)
plt.legend()
plt.plot()
```

[10]: []



## 1.4 Section 4.3, Subspaces and ambient spaces 4.3

### 1.4.1 GEOMETRICAMENTE

1.4.2 Un sottospazio è l'insieme di tutti i punti che puoi raggiungere allungando e combinando una raccolta di vettori (ovvero mediante addizione e moltiplicazione scalare).

### 1.4.3 ESEMPIO

1.4.4 Cominciamo con uno semplice, il vettore  $v = [-1 \ 2]$ . Nella sua posizione standard, esso è una linea dall'origine alla coordinata  $(-1, 2)$ . Questo vettore da solo non è un sottospazio.

1.4.5 Consideriamo l'insieme di tutti i possibili vettori che possono essere ottenuti da  $\lambda v$  con  $\lambda$  tra meno infinito e più infinito: esso descrive una linea infinita collineare con  $v$ .

1.4.6 Questo è un sottospazio 1D ( linea blu tratteggiata ) creato da un vettore ( linea arancio ).

### 1.4.7 ALGEBRICAMENTE:

1.4.8 Sottospazio = tutti i punti creati da tutte le combinazioni lineari di moltiplicazione scalare per un dato insieme di vettori in  $\mathbb{R}^n$  e tutti gli scalari in  $\mathbb{R}$ .

I sottospazi sono spesso indicati utilizzando lettere maiuscole in corsivo, ad esempio: il sottospazio  $V$ .

## 1.5 Section 4.4, Subsets 4.4

1.5.1 Un sottospazio può avere confini, può non includere l'origine.

### 1.5.2 ESEMPI

1.5.3 un quadrante del piano cartesiano 2D, una sfera in 3D.

## 1.6 Section 4.5, Span

### 1.6.1 GEOMETRICAMENTE:

1.6.2 un sottospazio è un sostantivo e span è un verbo. Un insieme di vettori "spazzola" e il risultato dello "spazzolamento" è un sottospazio.

1.6.3 Il vettore  $[0 \ 1]$  "spazzola" un sottospazio 1D, incorporato all'interno di  $\mathbb{R}^2$ .

### 1.6.4 ALGEBRICAMENTE:

### " In the span? " A vector  $w$  is in the span of the vector set  $S$  if  $w$  can be exactly created by some linear combination of vectors in  $S$ .

## 1.7 Section 4.6, Linear independence

### 1.7.1 GEOMETRICAMENTE:

1.7.2 Un insieme di vettori è indipendente se la dimensionalità del sottospazio è uguale al numero di vettori.

la dimensione del sottospazio attraversato da quell'insieme di vettori è uguale al numero di vettori.

### 1.7.3 ESEMPIO

1.7.4 Siano dati tre set di vettori complanari:

### A) dipendenti ( sono 2 vettori, ma in un sottospazio 1D ) B) indipendenti ( 2 vettori in un sottospazio 2D ) C) dipendenti ( 3 vettori, ma per ipotesi in un sottospazio 2D per ipotesi ) ###  
ALGEBRICAMENTE:

1.7.5 Determinare se un insieme è linearmente dipendente o indipendente

1.7.6 1) si conta il n° di vettori (  $M$  ). 2) lo si paragona con la dimensione dello spazio ambiente (  $N$  ).

1.7.7 3) se  $M > N \rightarrow$  è dipendente. 4) se  $M \leq N \rightarrow$  si va per tentativi, si cerca se ci sono zeri in alcuni vettori, in combinazione con voci diverse da zero nelle dimensioni corrispondenti in altri vettori.

1.7.8 Questo potrebbe permettere di decidere per l'indipendenza.

### 1.7.9 GLOSSARIO

1.7.10 - in Matematica ciò che si dice Indipendente- in Statistica è non correlato- in Algebra lineare è ortogonale.

## 1.8 Section 4.7, Basis

1.8.1 Base = unione di span e indipendenza.

1.8.2 Un insieme di vettori  $\{ v_1, v_2, \dots, v_n \}$  forma una base per qualche sottospazio di  $\mathbb{R}^N$  se: (1) si estende su quel sottospazio e (2) è un insieme indipendente di vettori.

1.8.3 Infinite basi

1.8.4 a) Un punto ha coordinate uniche in una determinata base b) dato un punto, esistono infinite Basi che lo possono rappresentare, es. Cartesiane, Polari ...

### A seconda del problema che si deve affrontare, bisogna esaminare quale base consenta semplificazioni maggiori, chiarezza. ### BASIS FUNCTIONS ### Sono utilizzate per esempio nella Trasformata di Fourier: ### mediante ricombinazione lineare pesata dei parametri della funzione  $A \sin(\omega x + \phi)$  - le molte funzioni fungono da assi - un segnale arbitrariamente complesso può essere rappresentato.

1.8.5 Section 4.8, Exercises

1.8.6 Section 4.9, Answers

[ ]: